

С.Е. Царёва

(Новосибирский государственный педагогический университет)

### ФОРМИРОВАНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ВЕЛИЧИНАХ У ДЕТЕЙ ДОШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА И ФЕНОМЕН ПИАЖЕ

В статье анализируется процесс формирования математических представлений у детей, Автор полемизирует с устоявшимся в традиционной педагогике мнением о способностях детей дошкольного возраста оценивать количество вещества, предметов и пр. Для корректного подхода к этой оценке, по мнению автора, необходимо задать систему измерения.

Понятие величины является одним из базовых в естественных науках и математике, Многообразие величин - это многообразие объектов и свойств реального мира, и изучение этого понятия возможно только через овладение общими способами выделения и сравнения самых разных свойств.

Представления о длине, площади, объеме, массе, весе, времени, величине угла, скорости, производительности труда и других величинах необходимы каждому в повседневной жизни. Эти представления формируются с раннего детства как без специального обучения, так и с помощью целенаправленного образовательного пространства, включающего в себя образовательно-развивающую среду и образовательно-развивающий педагогический процесс.

Представления о величине возникают в процессе обнаружения, осознания различий свойств и объектов, выделения объектов, имеющих качественно одинаковые, но количественно различные свойства. К открытию свойств предметов, к изобретению способов сравнения исторически побуждали людей экономические и познавательные проблемы. Процесс познания мира человеком, приведший к сегодняшнему понятию величины, происходил поэтапно, шаг за шагом. Становление представлений о величинах у детей в некотором приближении проходит подобные шаги:

1. Выделение свойств объектов (предметов, событий, явлений, процессов и т.п.). - *Чем похожи и чем отличаются друг от друга эти предметы (события, процессы)?*

2. Сравнение объектов по наличию или отсутствию в них того или иного свойства. Выделение объектов с одним и тем же свойством. - *У кого (у чего) есть одинаковые свойства? Какие свойства одинаковы? Похожие (одинаковые), непохожие (разные).*

3. Установление отношений «больше», «меньше», «равно» между объектами по одному и тому же свойству, осознание некоторых способов непосредственного взаимодействия двух предметов как процесс установления названных отношений, изобретение новых способов. - *У кого (у чего) данного свойства больше (меньше, поровну)? Какой из двух предметов больше (по данному свойству)? Какой из двух предметов меньше (по данному свойству)? Как узнать (убедить другого, показать другому), что один предмет больше (меньше) другого?*

4. Привлечение для сравнения объектов-заместителей, объектов-посредников. Выбор объекта, количество свойства у которого принимается равным единице - выбор мерки (эталоны) и обозначение его величины (длины, площади, массы и т.п.) единицей данной величины. Изобретение чисел и процедур измерения: разработка способов кратного сравнения предметов с меркой (эталоном) - разработка процедуры измерения «количества свойства» у любых объектов в выбранных единицах величины. Обозначение результата измерения числом. - *Пусть длина моего шага - это единица. Чему равна длина дорожки? Сколько стаканов воды (объем, вместимость стакана воды - единица объема) в банке?*

5. Введение новых мерок и единиц, установление соотношений между единицами, - *Как измерить величину - длину, площадь, массу и т.п. объекта, который очень велик или очень мал по сравнению с единицей величины? Как сделать так, чтобы можно было пользоваться несколькими единицами?*

7. Упрощение способов измерения, изобретение «помощников» - инструментов и приборов для измерения. - *Как сделать процесс измерения более простым? Как уменьшить расходы различных материалов при измерении? Как уменьшить затраты времени на измерение? Как упростить счет мерок при измерении и избавить измеряющего от однообразного труда по подсчету числа «уложившихся» мерок?*

8. Совершенствование системы единиц величин, стандартизация единиц и форм обозначения. - *Как упростить использование разных единиц величин? Как сделать так, чтобы результаты измерения можно было сообщать другим людям, многим людям? Как сделать так, чтобы информация о результатах измерения могла быть всеми правильно понята?*

9. Установление зависимостей между разными величинами. Разработка процедур замены прямых измерений косвенными, т.е. разработка способов получения информации о количестве одной величины по результатам измерения другой (других величин). - *Связаны ли между собой величины? Зависит ли количество одной величины от количества другой или других? Если да, то какая это зависимость? Как можно ее обозначить? Как свести трудоемкий и сложный процесс измерения одной величины к менее трудоемкому и сложному измерению другой или других величин?* [3].

Для каждой величины существует несколько способов сравнения объектов по количеству соответствующего свойства:

- практическое взаимодействие сравниваемых объектов (например, для длины - наложение одного предмета на другой, для массы - одновременное помещение сравниваемых предметов на взаимосвязанные между собой чашки весов и т.п.);

- практическое взаимодействие не самих сравниваемых объектов, а их заменителей, равных им по данной величине (например, вместо того, чтобы узнавать, шире ли стол, чем проем двери, через попытку придвинуть стол к двери, мы можем приложить какую-либо бечевку к соответствующей стороне стола, отметить часть, равную этой стороне, а затем приложить к проему двери; практическое взаимодействие сравниваемого объекта со своим заменителем при этом обязательно);

- прямое измерение без специальных приборов, т.е. выбор единичного объекта или единичных объектов и кратное практическое (через реальное взаимодействие) сравнение по данной величине с единичным объектом каждого из интересующих нас объектов, выражение результатов такого сравнения с помощью чисел, сравнение чисел и перенесение отношений между числами на сравниваемые объекты (чтобы сравнить по длине два куска ткани, измеряем, например, в пядях один кусок - получаем числовое значение длины, затем в тех же единицах таким же «прошагиванием» измеряем другой кусок и находим второе числовое значение в прежних единицах; два полученных числа сравниваем: если первое число больше второго, то это означает, что длина первого куска больше второго; если первое число меньше, то длина первого куска меньше; если числа равны, то длины ткани в обоих кусках одинаковы);

- прямое измерение с помощью приборов, инструментов, когда часть или все действия по непосредственному измерению объектов производятся прибором, инструментом, а человек выполняет действия с приборами, инструментами и сравнение чисел (при измерении длины с помощью масштабной линейки мы не укладываем мерки вдоль измеряемого объекта, однако прикладывая линейку к измеряемому предмету, переносим «уложенные» на линейке и обозначенные метками мерки на измеряемый предмет; мы не считаем мерки, а лишь находим на линейке метку и число, совпадающие со вторым концом предмета; это число и есть числовое значение длины измеряемого объекта);

- косвенные способы сравнения, при которых практическое сравнение ведется по одной величине, а вывод об отношениях сравниваемых объектов делается по другой величине (например, когда в одинаковые банки налита вода, то, поставив банки рядом, мы легко устанавливаем, в какой банке уровень воды выше, т.е. мы сравниваем количество воды в банках по высоте, иначе говоря, по длине в вертикальном направлении; по результатам такого сравнения мы так же легко делаем вывод об объемах: в той банке объем воды больше, в которой воды больше по высоте).

В практическом использовании величин большое значение имеет система мер, система единиц измерения. Та система, которая сложилась к настоящему времени и принята в большинстве стран мира, в том числе и в нашей, - это результат долгой и трудной истории договоренностей людей друг с другом и целых государств.

Дети осваивают свойства мира, отраженные в понятиях длины (расстояния), площади, объема и других, с первых дней жизни, но особенно активно в период предметных игр. Вот малыш сосредоточенно пытается накрыть крышкой кастрюльку из детского набора посуды, вот он кладет игрушку в коробку, пытается лоскутком ткани укрыть куклу, вставляет ногу в папин ботинок. В каждой из этих ситуаций он реально, не осознавая этого, осуществляет процедуру непосредственного сравнения предметов по одному или по нескольким сразу признакам - длине, площади, объему, практически устанавливая между предметами по названным величинам отношения, которые в русском языке обозначаются словами «больше», «меньше», «равно» и многими другими, выражающими эти отношения - «длиннее», «короче», «толще» и т.п. Взрослые, наблюдая за играми, помогая малышу выйти из затруднительных ситуаций, связывают в его сознании выполняемые действия с этими словами.

Не владея научными понятиями, дети в дошкольном возрасте, тем не менее, получают колоссальный объем информации, представлений, образов, ощущений, связанных с разнообразными величинами. Включить в процесс изучения математики богатейший жизненный опыт каждого ребенка - значит сделать этот процесс лично значимым. Именно такое включение позволит не противопоставлять «житейские», эмпирические представления и научные, теоретические понятия, а «выращивать» последние из эмпирических (понимая, что научные, теоретические понятия не являются носителями истины в последней инстанции).

Упражнения на сравнение предметов по вопросам «Какой предмет больше (меньше)?», «Что чего больше или меньше?», «Где чего-то больше (меньше)?» и т.п. включаются в любую систему математического развития детей дошкольного возраста. В этом возрасте очень важно сформировать убеждение, что предмет (группа предметов) может быть одновременно и больше, и меньше, и равен другому (другой) - больше по одному признаку, меньше по другому, равен по третьему. Это принципиальное положение, выполнение которого, с одной стороны, позволяет включать в обучение личный опыт учащихся, с другой, создает благоприятные условия для вычленения существенных характеристик разнообразных свойств и отношений, изучаемых и описываемых математикой. К сожалению, ни в методической, ни в психологической литературе это положение не подчеркнуто в достаточной мере, а иногда и нарушается. Приведем один достаточно яркий пример,

В книге Ш.А. Амонашвили «Здравствуйте, дети!» описана часть занятия с первоклассниками. «...Я показал им нарисованные на доске груши - три маленькие и две большие - и спросил:

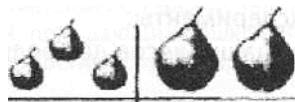


- Где больше груш - слева или справа?

-Справа! - сказали они мне.

-Давайте сосчитаем, - предложил я.

Сосчитали: слева - три, справа - две. Под рисунками груш я написал цифры:



3

- Что больше - три или два?

- Три больше! - говорят мне дети.

- Значит, где больше груш-слева или справа?

- Справа.

- Почему?

И дети мне «объяснили»: это же ясно - справа большие груши, а слева маленькие. Только Саша не подчинился тогда феномену Пиаже: "Неправильно! - сказал он. - Слева три груши, справа две, значит, слева груш больше!"

Я пересек класс и торжественно протянул руку мальчику.

- Дай мне пожать твою руку!

Саша в недоумении протянул мне руку, а класс наблюдал за нами с любопытством: что случилось?

- Спасибо тебе, Саша, что думал! Ты меня очень порадовал!» [1, с. 66-67].

В приведенном эпизоде в оценке ответов детей Ш.А. Амонашвили опирался на известный феномен Пиаже. Французский исследователь на основе подобных ситуаций сделал вывод, согласно которому дети до определенного возраста не владеют понятием количества, нарушают «закон сохранения количества», состоящий, по мнению автора, в том, что при преобразованиях «количество не меняется» [2]. Формулируя этот «закон», Пиаже не учел тот факт, что «количество» не является абсолютной характеристикой предмета. Оно отражает степень проявления присущего предмету одного из многих его качеств, которое, в свою очередь, есть проявление взаимодействия этого предмета с другими. Каждому качеству предмету соответствует свое количество. Таким образом, любой предмет, любая группа предметов может одновременно представлять разные «количества». При одних и тех же преобразованиях предмета или группы предметов одни «количества» меняются, а другие - нет. Переливание воды из сосуда одной формы в сосуд другой формы не меняет объем воды - в этом смысле количество воды при переливании неизменно. Но переливание меняет площадь поверхности воды, высоту водяного слоя, и в этих смыслах количественная характеристика, «количество» воды меняется.

Важно также отметить, что окружающие нас предметы мы используем по-разному, и в зависимости от назначения для нас большее значение имеет количественная характеристика этого предмета по одному из качеств. Так, количество воды мы чаще всего оцениваем по объему, а количество груш - по массе, хотя в некоторых случаях и по «штукам», и по объему.

В вопросе «Где груш больше?» из описанного выше эпизода не указано, по какому свойству нужно провести сравнение: по «штукам», по массе или по какому-либо другому свойству. Дети же количество груш более всего связывают с массой или объемом (хотя термины «масса» и «объем» они могут и не знать). Каждому ребенку ясно, что лучше съесть две большие груши, чем три маленькие. Правомочность именно такого сравнения для них более понятна, чем сравнение по «штукам». А ведь груши можно сравнить и по длине. Вопрос «Где груш больше?» мог бы послужить формированию умения выделять основания для сравнения, пониманию того, что оценочное суждение относительно любых объектов однозначно лишь тогда, когда однозначно определено основание сравнения объектов друг с другом или с некоторым эталоном.

В ситуации, описанной Ш.А. Амонашвили, на основе первого ответа мог бы состояться содержательный диалог. После пояснения: справа большие груши, слева - маленькие, следовало бы попросить ребят дать и другие объяснения. Они могли быть такими:

- Если я съем две большие груши, которые справа, то я «больше наемся», чем тогда, когда съем три маленькие.

- Две большие груши тяжелее, чем три маленькие.

- У груш справа мякоти больше, чем у груш слева.

Действительно, самого вещества в двух грушах справа больше по массе, весу, объему, чем в трех-слева. Жизненный опыт детей семилетнего возраста обычно бывает достаточен для того, чтобы принять высказанные выше утверждения без обоснования. Если это не так, то можно организовать мысленные эксперименты:

- Положите мысленно на одну чашку весов две большие груши, а на другую три маленькие. Какая чашка опустится ниже?

- Поднимите (мысленно) две большие груши. А теперь возьмите три маленькие. Какие груши легче? Какие тяжелее?

- Представьте себе, что две большие груши натерли на терке и поместили в один стакан, а три маленькие тоже натерли и положили в другой такой же стакан. Какой стакан будет наполнен полнее?

Чтобы дети сравнили груши по количеству «штук», предложим им задачу: «Вы хотите пригласить друзей и каждому дать по одной груше. В каком случае вы сможете пригласить больше друзей - когда у вас будет три груши, как на рисунке слева, или две, как на рисунке справа?»

Можно вызвать двух учеников к доске, дать им «груши»:

- Кто сумеет угостить больше друзей?

- Тот, у кого оказались три маленькие груши.

- Как же так? То мы говорим, что больше там, где две груши, то там, где три? Почему так произошло?

В результате обсуждения делается вывод:

- Мы получили разные результаты сравнения потому, что по-разному сравнивали. Когда две больших и три маленьких груши сравним по количеству вещества в них, по количеству съедобной мякоти, то мякоти в двух больших грушах окажется (или может оказаться) больше, чем в трех маленьких, и тогда две груши больше (по массе, весу или объему), чем три. Но если сравнивать «поштучно», где «штук» больше, то три груши больше, чем две, и это можно показать, устанавливая соответствие «один к одному».



Признав без выяснения признака сравнения, что три груши больше, чем две, мы подчеркиваем прежний опыт детей, побуждаем их сделать «открытие», что в общении с педагогом, оказывается, все происходит не так, как вне занятия, не так, как в жизни. В результате обучение не помогает, а мешает пониманию мира. Чтобы этого не случилось, важно в любой ситуации количественного сравнения при формировании представлений о величинах создавать возможности для рассмотрения разных смыслов этого сравнения и получения разных результатов, разных выводов.

#### Библиографический список

1. Амонашвили, Ш.А. Здравствуйте, дети / Ш.А. Амонашвили. - М., 1989.
2. Пиаже, Ж. Избранные психологические труды / Ж. Пиаже. - М., 1994.
3. Царёва, С.Е. Величины в начальном обучении математике / С.Е. Царёва. - Новосибирск, 2005.