
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ГЕОМЕТРИЯ»

**А.Ж. Жафяров, Л.В. Подгорная, Н.А. Бурова, Е.Г. Шрайнер,
А.Н. Яруткин, Ю.Н. Ковшова, Н.Н. Кретинин**

В выборке из диагностического комплекса по специальности 050201 (032100) «Математика» квалификация учитель математики по дисциплине блока предметной подготовки федерального компонента «Геометрия» представлено 20 заданий разных тестовых форм, разработанных в идеологии АСТ-Центра. Задания могут быть использованы в текущей, итоговой диагностике и проверке остаточных знаний и умений.

Ключевые слова и словосочетания: компьютерная программа «АСТ-Тест», дерево банка тестовых заданий, геометрия

Банк тестовых заданий, созданный авторским коллективом кафедры геометрии и методики обучения математике Новосибирского

государственного педагогического университета, содержит материалы по геометрии (блок ДПП) для специальности 050201 (032100) «Математика». На математическом факультете НГПУ реализуется дополнительная специальность – информатика, поэтому данный комплекс, с учетом количества учебных часов, может использоваться для специальности «Математика с дополнительной специальностью» (032100.00), в частности, для специальности 050201.050202 «Математика с дополнительной специальностью «Информатика».

Основное содержание направлено на проверку остаточных знаний федерального компонента государственного образовательного стандарта, все единицы ГОС представлены в дереве учебной дисциплины. Соответствие ГОС ВПО по дереву учебной дисциплины не является абсолютным, так как в ГОС ВПО данная дисциплина представлена кратко, а дерево – более развернуто.

Структура диагностических материалов придерживается идеологии АСТ-центра и имеет тестовую форму. Все тестовые материалы прошли апробацию посредством тестирующей АСТ-программы, а также путем бланкового тестирования.

**ВЫПИСКА из ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО
СТАНДАРТА
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Специальность 050201– Математика

Степень (квалификация) – учитель математики и (в соответствии с
дополнительной специальностью) информатики

Утвержден «31» января 2005 г.

Номер гос. регистрации: № 691 пед/сп (новый)

Обязательный минимум содержания дисциплины

ДПП.Ф.0	Геометрия	558
7	Векторы и операции над ними. Метод координат на плоскости и в пространстве. Прямая линия на плоскости, прямые и плоскости в пространстве.	

Линии второго порядка, поверхности второго порядка. Преобразования плоскости и пространства. Аффинные и евклидовы n -мерные пространства. Квадратичные формы и квадрики. Проективные пространства и их модели. Основные факты проективной геометрии. Изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании. Аксонометрия. Элементы топологии. Понятия гладкой линии и гладкой поверхности. Формулы Френе. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Внутренняя геометрия поверхности. Исторический обзор обоснований геометрии. “Начала” Евклида. Элементы геометрии Лобачевского. Общие вопросы аксиоматики. Системы аксиом Вейля евклидова пространства. Не-евклидовы пространства. Длина отрезка. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности.

**Выписка из Профессиональной образовательной программы
математического факультета НГПУ**

Наименование дисциплины по учебному плану – Геометрия

Код дисциплины по учебному плану – ДПП.Ф.07

Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры
Общая трудоемкость дисциплины	558	1, 2, 3, 4, 5
Аудиторные занятия	306	
Вид итогового контроля		Зачет, экзамен
Самостоятельная работа студента	252	

СОДЕРЖАНИЕ И СТРУКТУРА ТЕСТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Тематическая структура

- 01. Векторы и операции над ними.
 - 1.1. Понятие вектора.
 - 1.1.1. Направленный отрезок.
 - 1.1.2. Определение вектора и понятий, с ним связанных.
 - 1.2. Линейные операции над векторами.
 - 1.2.1. Сложение векторов.
 - 1.2.2. Умножение вектора на число.
 - 1.3. Коллинеарность и компланарность векторов.
 - 1.3.1. Коллинеарные векторы.
 - 1.3.2. Компланарные векторы.
 - 1.4. Линейная зависимость векторов.
 - 1.4.1. Линейная комбинация векторов.
 - 1.4.2. Определение линейной зависимости векторов, свойства ЛЗ.
 - 1.4.3. Определение линейной независимости векторов, свойства ЛНЗ.
 - 1.5. Базис векторного пространства.
 - 1.5.1. Определение базиса ВП.
 - 1.5.2. Координаты вектора, свойства координат.
 - 1.5.3. Ортонормированный базис.
 - 1.6. Скалярное произведение векторов.
 - 1.6.1. Определение скалярного произведения векторов.
 - 1.6.2. Свойства скалярного произведения векторов.
 - 1.6.3. Нахождение длины вектора.
 - 1.6.4. Нахождение угла между векторами.
 - 1.6.5. Применение скалярного произведения к решению задач.
 - 1.7. Применение векторов к решению задач.
- 02. Метод координат на плоскости и в пространстве.
 - 2.1. Метод координат на плоскости.
 - 2.1.1. Аффинная система координат.
 - 2.1.2. ПДСК.
 - 2.1.3. Ориентация пространства.

- 2.1.4. Полярная система координат.
- 2.1.5. Прямая.
- 2.1.6. Преобразования координат.
- 2.1.7. Задачи на координатный метод.
- 2.2. Метод координат в пространстве.
 - 2.2.1. Векторное и смешанное произведения векторов.
 - 2.2.2. Прямые.
 - 2.2.3. Плоскости.
 - 2.2.4. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
- 03. Линии второго порядка.
 - 3.1. Основные определения.
 - 3.1.1. Определение кривой второго порядка.
 - 3.1.2. Определение эллипса, гиперболы, параболы.
 - 3.1.3. Определения элементов, связанных с кривыми второго порядка.
 - 3.1.4. Конические сечения.
 - 3.2. Виды и канонические уравнения.
 - 3.2.1. Соответствия между уравнениями и названиями кривых.
 - 3.2.2. Соответствия между чертежом и уравнением.
 - 3.2.3. Соответствия между чертежами и названиями.
 - 3.3. Составление уравнений
 - 3.3.1. Канонические уравнения по определению кривой.
 - 3.3.2. Канонические уравнения по данным.
 - 3.3.3. Канонические уравнения по директориальному свойству.
 - 3.4. Приведение к каноническому виду.
 - 3.4.1. Алгоритм приведения уравнения КВП к каноническому виду.
 - 3.4.2. Вид КВП.
 - 3.5. Различные уравнения КВП.
 - 3.5.1. Уравнения КВП в полярных координатах.
 - 3.5.2. Параметрические уравнения КВП.
 - 3.6. Свойства кривых второго порядка.
 - 3.6.1. Директориальное свойство кривых второго порядка.
 - 3.6.2. Свойства эллипса, гиперболы, параболы.

- 3.6.3. Оптические свойства кривых второго порядка.
- 3.6.4. Построения эллипса, гиперболы, параболы.
- 3.7. Общие уравнения кривых второго порядка.
 - 3.7.1. Составление уравнений.
 - 3.7.2. Центр кривой второго порядка.
 - 3.7.3. Асимптоты гиперболы.
 - 3.7.4. Касательные к кривым второго порядка.
 - 3.7.5. Директрисы кривых.
 - 3.7.6. Диаметр кривой второго порядка.
 - 3.7.7. Ось симметрии КВП.
- 04. Поверхности второго порядка.
 - 4.1. Основные определения.
 - 4.1.1. Поверхности второго порядка.
 - 4.1.2. Поверхности вращения.
 - 4.1.3. Цилиндрические поверхности.
 - 4.1.4. Конические поверхности.
 - 4.2. Виды и канонические уравнения поверхностей.
 - 4.2.1. Соответствия вида поверхности и уравнения.
 - 4.2.2. Соответствия вида поверхности и ее изображения.
 - 4.2.3. Соответствия уравнения и изображения поверхности.
 - 4.3. Составление уравнений поверхностей.
 - 4.3.1. Составление канонических уравнений.
 - 4.3.2. Составление общих уравнений.
 - 4.4. Приведение к каноническому виду.
 - 4.5. Сечения поверхности плоскостями.
 - 4.6. Прямолинейные образующие.
 - 4.6.1. Определение прямолинейных образующих.
 - 4.6.2. Составление уравнений прямолинейных образующих.
- 05. Преобразования плоскости и пространства.
 - 5.1. Основные определения.
 - 5.1.1. Определения движений.
 - 5.1.2. Определение гомотетии.
 - 5.1.3. Определение подобия.

- 5.1.4. Определение аффинного преобразования.
- 5.2. Свойства преобразований.
 - 5.2.1. Свойства движений.
 - 5.2.2. Свойства гомотетии.
 - 5.2.3. Свойства подобия.
 - 5.2.4. Свойства аффинных преобразований.
- 5.3. Группа преобразований плоскости.
 - 5.3.1. Группа движений.
 - 5.3.2. Группа подобий.
 - 5.3.3. Группа аффинных преобразований плоскости.
- 5.4. Координатные формулы преобразований.
 - 5.4.1. Координатные формулы движений.
 - 5.4.2. Координатные формулы гомотетии.
 - 5.4.3. Координатные формулы подобия.
 - 5.4.4. Координатные формулы аффинного преобразования.
 - 5.4.5. Координатные формулы композиции преобразований.
- 5.5. Классификация преобразований плоскости.
 - 5.5.1. Классификация движений плоскости.
 - 5.5.2. Представление подобия в виде композиции гомотетии и движения.
 - 5.5.3. Представление аффинного преобразования в виде композиции подобия и перспективно-аффинного преобразования.
- 5.6. Определения вида преобразования по его координатным формулам.
 - 5.6.1. Определения вида движения.
 - 5.6.2. Нахождение центра и коэффициента гомотетии.
 - 5.6.3. Представление подобия в виде композиции гомотетии и движения.
 - 5.6.4. Нахождение оси перспективно-аффинного преобразования.
- 5.7. Разложение движений в композицию осевых симметрий.
 - 5.7.1. Разложение поворота и параллельного переноса в композицию осевых симметрий.

- 5.7.2. Определение вида движений с помощью их разложения в композицию осевых симметрий.
- 5.8. Применение преобразований плоскости при решении задач на построение и доказательство.
 - 5.8.1. Применение движений плоскости при решении задач на построение и доказательство.
 - 5.8.2. Применение подобия плоскости при решении задач на построение и доказательство.
- 5.9. Образы и прообразы фигур при преобразованиях.
 - 5.9.1. Образы фигур при преобразованиях.
 - 5.9.2. Прообразы фигур при преобразованиях.
- 06. Аффинные и евклидовы n -мерные пространства. Квадратичные формы и квадратики.
- 07. Проективная геометрия.
 - 7.1. Проективные пространства и их модели.
 - 7.1.1. Понятие проективного пространства. Модели проективных пространств.
 - 7.1.2. Проективные координаты.
 - 7.1.3. Перспективное отображение.
 - 7.1.4. Уравнение прямой на проективной плоскости.
 - 7.1.5. Преобразование проективных координат.
 - 7.1.6. Принцип двойственности. Теорема Дезарга.
 - 7.1.7. Проективные отображения и проективные преобразования.
 - 7.2. Основные факты проективной геометрии.
 - 7.2.1. Двойное (сложное) отношение.
 - 7.2.2. Гармонические четверки. Полный четырехвершинник.
 - 7.2.3. Проективные преобразования прямой и плоскости.
 - 7.2.4. Кривые второго порядка на проективной плоскости.
 - 7.2.5. Полюс и поляра. Поляритет.
- 08. Изображения фигур при параллельном проектировании.
 - 8.1. Центральное и параллельное проектирование, их свойства.
 - 8.2. Изображение плоских фигур при параллельном проектировании.

- 8.3. Изображение пространственных фигур при параллельном проектировании.
 - 8.3.1. Теорема Польке-Шварца.
 - 8.3.2. Изображение многогранников.
 - 8.3.3. Изображение цилиндра, конуса.
 - 8.3.4. Изображение сферы.
 - 8.3.5. Комбинация многогранников и круглых тел.
- 8.4. Сечения многогранников.
 - 8.4.1. Метод следов.
 - 8.4.2. Метод внутреннего проектирования.
 - 8.4.3. Комбинированный метод.
- 8.5. Аксонометрия.
- 09. Элементы топологии и дифференциальной геометрии.
 - 9.1. Элементы топологии.
 - 9.2. Гладкая линия.
 - 9.2.1. Уравнения кривых.
 - 9.2.2. Асимптоты.
 - 9.2.3. Касательная к кривой.
 - 9.2.4. Кривизна и кручение. Формулы Френе.
 - 9.2.5. Сопровождающий трехгранник.
 - 9.2.6. Длина дуги кривой.
 - 9.3. Гладкая поверхность.
 - 9.3.1. Уравнения поверхностей.
 - 9.3.2. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
 - 9.3.3. Квадратичные формы.
 - 9.4. Внутренняя геометрия поверхности.
- 10. Основания геометрии.
 - 10.1. Исторический обзор обоснований геометрии.
 - 10.2. «Начала» Евклида.
 - 10.3. Элементы геометрии Лобачевского.
 - 10.4. Общие вопросы аксиоматики.
 - 10.5. Системы аксиом Вейля евклидова пространства.
 - 10.6. Неевклидовы пространства.

10.7. Длина. Площадь. Объем.

10.7.1. Длина отрезка.

10.7.2. Площадь многоугольника.

10.7.3. Теорема о существовании и единственности площади.

10.7.4. Объем многогранника.

СОДЕРЖАНИЕ ТЕСТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

1.3.1. Коллинеарные векторы

1. Задание {{ 30 }} ТЗ № 51

U и v, при которых векторы (u; 1; -5) и (2; -4; v) – коллинеарны:

$u = -0.5, v = 1.25;$

$u = -8, v = 0.8;$

$u = -0.5, v = 20;$

$u = 0.5, v = -20.$

2. Задание {{ 31 }} ТЗ № 70

Координаты вектора \vec{x} , противоположно направленного вектору $\vec{a}(5; -12)$, если $|\vec{x}| = 39 \dots$

1.6.2. Свойства скалярного произведения векторов

3. Задание {{ 62 }} ТЗ № 45

Установите соответствие:

$ab =$	$ a b \cos\varphi$
$ a =$	$\sqrt{a^2}$
φ – угол между a и b	$ab/(a b)$
$\cos \varphi =$	a^2
	$(a + b)\cos\varphi$
	$(a+b)/(a b)$
	$ab/(a + b)$

1.6.3. Нахождение длины вектора

4. Задание {{ 64 }} ТЗ № 53

Упорядочите векторы по возрастанию их длин:

1: $(-2; -4; 0);$

2: (0; 3; -4);

3: (-2; 3; 4);

4: (5; 2; 1).

1.7. Применение векторов к решению задач

5. Задание $\{\{ 86 \}\}$ ТЗ № 80

Условие того, что точка М лежит на окружности радиуса R с центром в точке O

- $\overline{OM}^2 = R^2$;
- $\overline{OM} = R$;
- $|\overline{OM}|^2 \neq R^2$;
- $\overline{OM} \parallel R$;

2.1.3. Ориентация пространства

6. Задание $\{\{ 100 \}\}$ ТЗ № 130

Отношение одинаковой ориентированности базисов есть отношение:

- эквивалентности;
- эквиполлентности;
- порядка;
- равенства.

2.1.4. Полярная система координат

7. Задание $\{\{ 106 \}\}$ ТЗ № 140

Выражение полярных координат ρ и φ точки М через ее прямоугольные декартовы координаты x и y :

$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi \\ y = \rho \sin \varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \cos \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases}$$

$x = \rho \sin \varphi, y = \rho \cos \varphi$

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

2.1.5. Прямая

8. Задание {{ 123 }} ТЗ № 135

Расстояние от точки $M(x_0, y_0)$ до прямой $ax + by + c = 0$ равно:

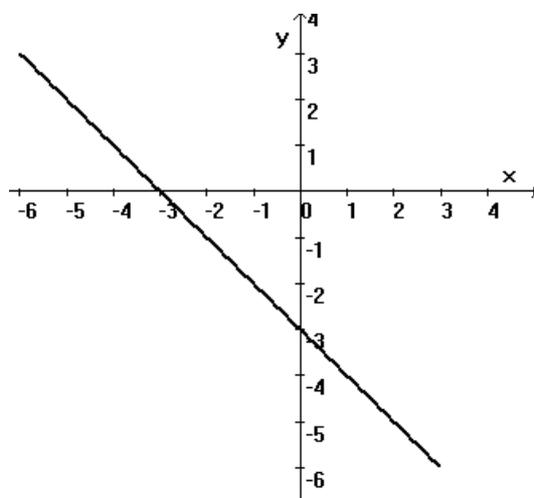
- $ax_0 + by_0 + c$
- $|ax_0 + by_0 + c|$
- $\frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
- $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2.1.7. Задачи на координатный метод

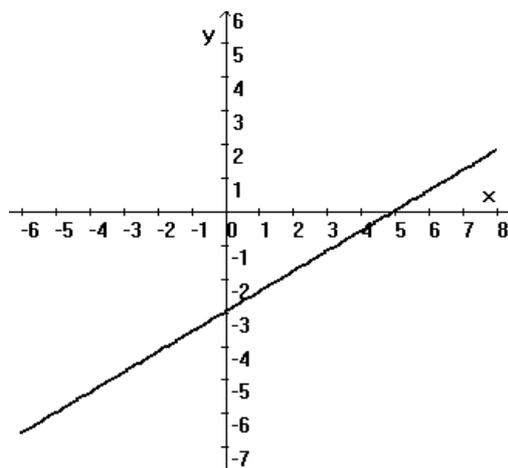
9. Задание {{ 168 }} ТЗ № 199

Соответствие между уравнением прямой и ее расположением в ПДСК:

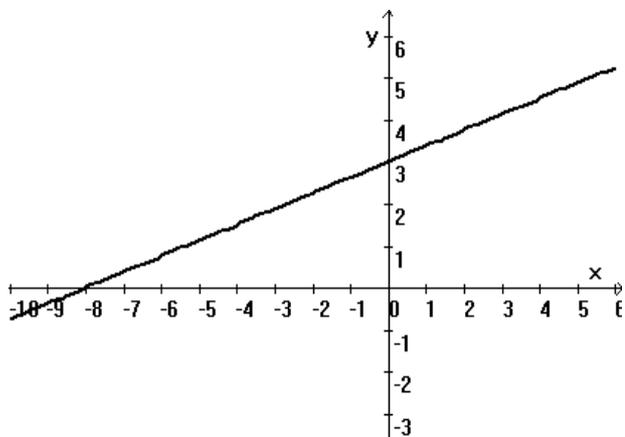
$$x + y + 3 = 0$$



$$3x - 5y - 15 = 0$$



$$3x - 8y + 24 = 0$$



$$2x + 3y = 0$$

10. Задание {{ 209 }} ТЗ № 218

Площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x - 6y - 18 = 0$ на осях координат, равна ...

2.2.2. Прямые

11. Задание {{ 826 }}

Соответствие между каноническими и параметрическими уравнениями прямых:

$$x = 1 + 2t, y = 7t, z = 3t$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{7} = \frac{z}{3}$$

$$x = 3 + t, y = -1 + 2t, z = 4t$$

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{4}$$

$$x = 1 + 2t, y = -3 + 7t,$$

$$z = -2 + 3t$$

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{7} = \frac{z+2}{3}$$

$$x = 5 + 6t, y = -1 - 2t,$$

$$z = 4 + 3t$$

$$\frac{x-5}{6} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{3}$$

$$x = 6 + 5t, y = -2 - 1t,$$

$$z = 3 + 4t$$

3.3.1. Канонические уравнения по данным

12. Задание {{ 347 }} ТЗ № 666

Каноническое уравнение эллипса с фокусом $F(3; 0)$ и малой полуосью, равной 6:

$$\square \frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{36} = 1;$$

$\frac{x^2}{27} + \frac{y^2}{36} = 1;$

$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1;$

$\frac{x^2}{39} + \frac{y^2}{36} = 1.$

3.6.2. Свойства эллипса, гиперболы, параболы

13. Задание {{ 391 }} ТЗ № 562

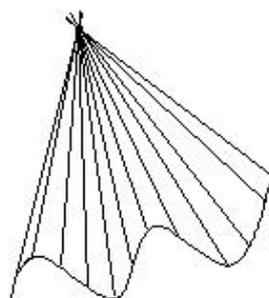
Координаты фокуса параболы $y^2 = 12x$: ...

4.2.2. Соответствия вида поверхности и ее изображения

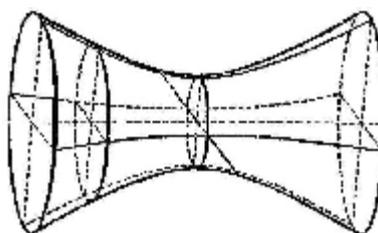
14. Задание {{ 295 }} ТЗ № 686

Соответствие между схематическим изображением поверхности и названием:

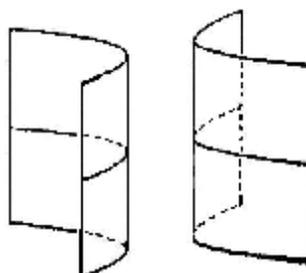
коническая поверхность



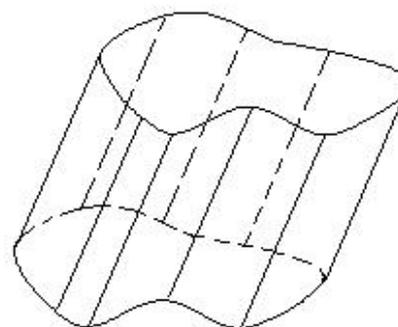
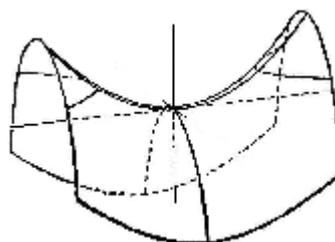
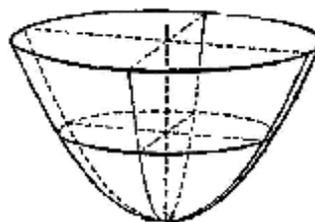
однополостный гиперболоид



гиперболический цилиндр



эллиптический параболоид



4.5. Сечения поверхности плоскостями

15. Задание {{ 308 }} ТЗ № 694

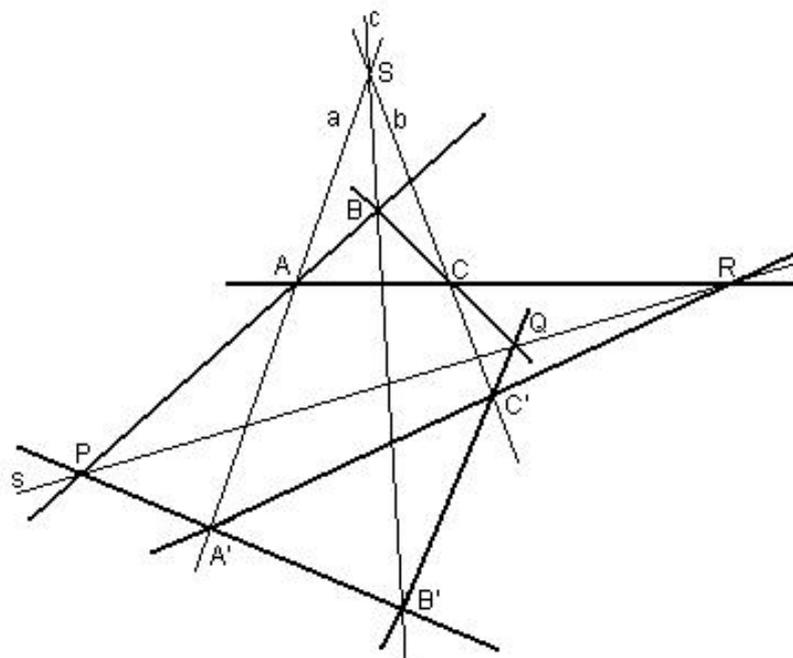
Вид сечения поверхности $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{256} = 1$ плоскостью $z = 2$:

- гипербола;
- парабола;
- две прямые;
- пустое множество;
- эллипс.

7.1.5. Принцип двойственности. Теорема Дезарга

16. Задание {{ 921 }} ТЗ 7_1

Ось конфигурации Дезарга с центром Q:

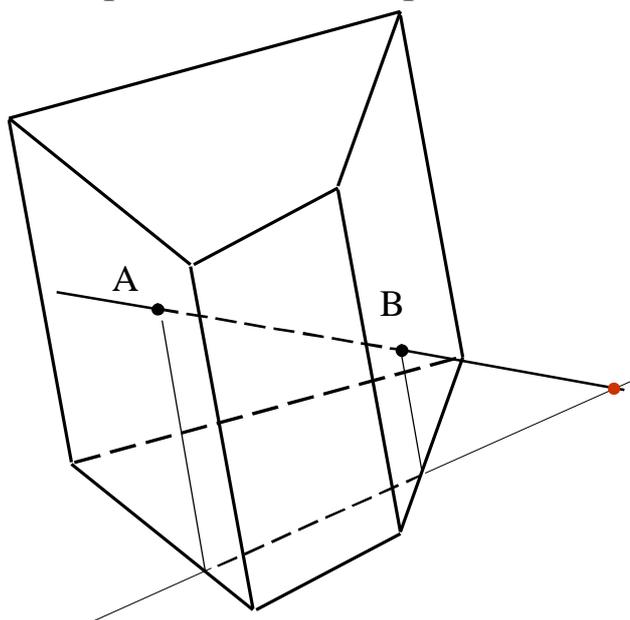


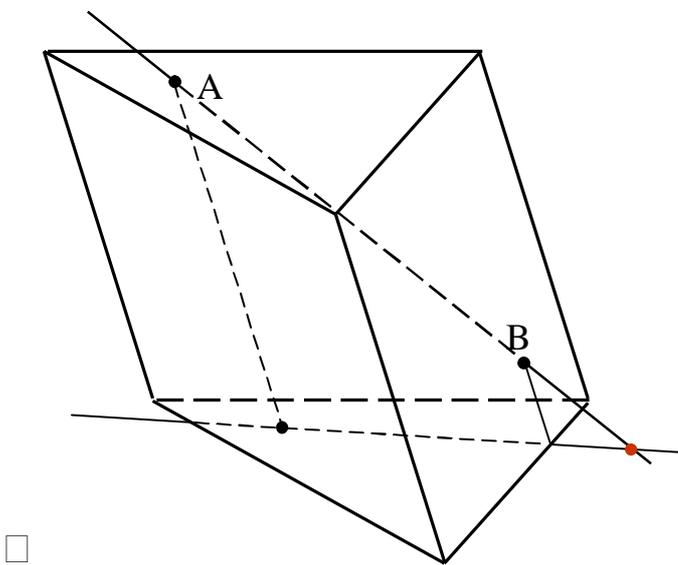
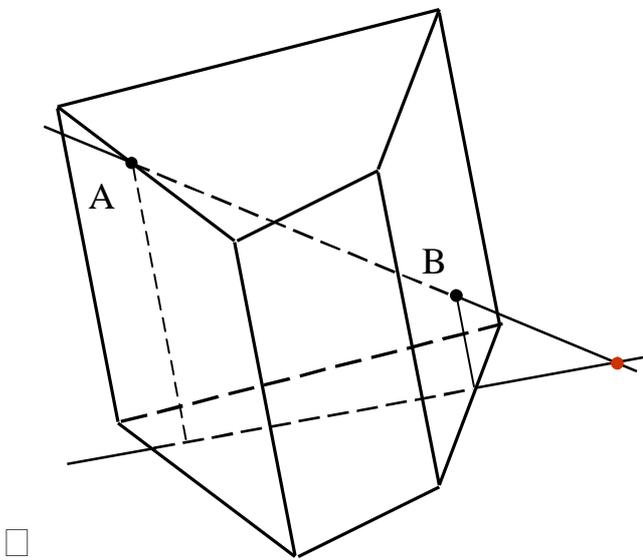
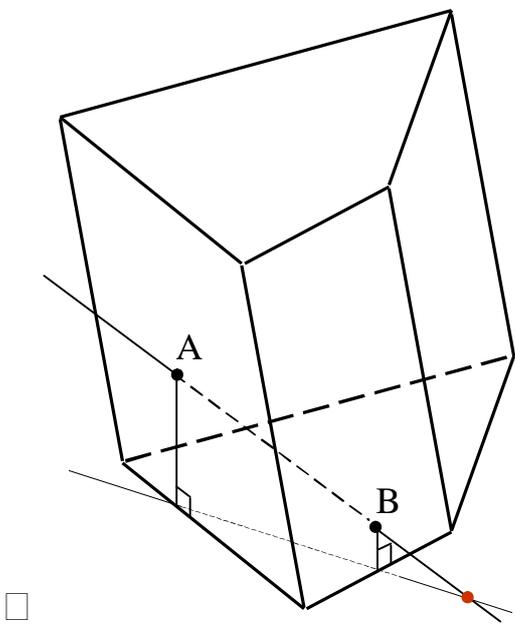
- AS;
- BA;
- CQ;
- A'C'.

8.4.1. Метод следов

17. Задание {{ 682 }} ТЗ № 774 Изображение следа прямой

Верные изображения следа прямой АВ на основании призмы:





9.1.2. Правильные многогранники

18. Задание {{ 907 }} Количество вершин

Порядок возрастания количества вершин правильных многогранников:

- 1: тетраэдр;
- 2: куб;
- 3: октаэдр;
- 4: додекаэдр.

9.3.3. Квадратичные формы

19. Задание {{ 278 }} ТЗ № 68

Поверхности постоянной гауссовой кривизны:

- сфера;
- плоскость;
- псевдосфера;
- эллипсоид;
- гиперболический параболоид.

10.4. Общие вопросы аксиоматики

20. Задание {{ 760 }} Требования к СА

Основные требования к системе аксиом:

- логичность;
- независимость;
- наглядность;
- отражение реальной действительности;
- полнота;
- непротиворечивость.

TEST TASKS ON THE DISCIPLINE «GEOMETRY»

**A.Zh. Zhaphjarov, L.V. Podgornaja, N.A. Byrova, E.G. Shrajiner,
A.N. Jarutkin, Ju.N. Kovshova, N.N. Kretinin**

In the sampling of diagnostic complex by the discipline «
» and specialty «
» there are 20 tasks of different test forms developed according to the AST-Center ideology. The

tasks can be used in current and concluding diagnostics as well as in examination of residual knowledge and abilities of students.

Key words: computer program AST-Test, test task bank, specification, tree of test task bank.
