

**РАЗВИТИЕ ЧИСЛОВЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ У УЧАЩИХСЯ ОС-
НОВНОЙ ШКОЛЫ***ФГБОУ ВПО «Новосибирский государственный педагогический университет»*

Число является ключевым математическим понятием школьного курса математики. Теории чисел несут в себе многие математические идеи. Математические структуры, образованные числовыми множествами с заданными на них отношениями и операциями служат в математике моделями многих других математических структур, в совокупности отражающих структуру и закономерности реального мира, а также особенности мышления. Именно поэтому числа являются наиболее применимыми математическими объектами в самых разных сферах жизни.

В традиции нашей школы - ориентация изучения чисел на выработку вычислительных навыков и зачастую через заучивание однозначно заданных правил, алгоритмов и многократных упражнений. Между тем, при всей значимости вычислений, не они составляют истинную сущность математики: «Искусство строгого логического рассуждения и возможность получать этим способом надежные выводы </...> - каждый школьник должен овладеть этим умением. Умение составлять адекватные математические модели реальных ситуаций должно составлять неотъемлемую часть математического образования. Успех приносит не столько применение готовых рецептов <...>, сколько математический подход к явлениям реального мира. При всем огромном социальном значении вычислений (и computer science) сила математики - не в них, и преподавание математики не должно сводиться к вычислительным рецептам» [1].

Названные обстоятельства позволяют сделать изучение чисел действенным средством математического развития учащихся, познания мира и личностного развития (в терминологии федеральных образовательных стандартов - средством достижения предметных, метапредметных и личностных результатов).

Дети, проходящие в основную школу, уже многое знают о числах, многое умеют делать с ними: сравнивать, выполнять четыре арифметических действия с натуральными числами, находить значения числовых выражений на основе правил порядка действий и с применением свойств арифметических действий. В основной школе необходимо обобщить представления детей о числах, поддержать или пробудить интерес к их изучению. Способствовать этому будет отказ от формализации, дублирования под видом нового того, что учащиеся уже рассматривали в начальной школе, равно как и отказ от введения нового без работы над созданием познавательных и личностных мотивов его введения. Обеспечение познавательных и личностных мотивов - это преодоление отчуждения изучаемого от изучающего, что является основным признаком личностно ориентированного обучения, краткую характеристику которого можно представить ци-

такой из статьи И.С. Якиманской: «Каждый ученик смотрит на мир «своими» глазами, опираясь на субъектный опыт. Познавая мир, он пользуется «предзнанием», формируемым окружающей его культурой. При организации личностно-ориентированного обучения учитель начинает не с сообщения знаний (введения научной информации), а с выявления субъектного опыта учеников. Важно сначала выявить индивидуальные «семантики», а затем, опираясь на них, формировать научное знание (понятие). Учитель не просто «внедряет» в сознание ученика содержание понятия, а согласовывает это содержание с его субъектным опытом» [3: 75].

Развитие числовых представлений учащихся основной школы проводится в двух направлениях: обобщение, углубление, уточнение, логическое упорядочивание представлений о натуральных числах; расширение числовых множеств включением дробей, отрицательных чисел, а затем и иррациональных. При реализации обоих направлений очень важно выполнять рекомендации И.С. Якиманской, приведенные выше, в особенности при переходе из начальной школы в основную.

Так как в начальной школе дети знакомятся со всеми основными числовыми понятиями, свойствами, действиями натуральных чисел и нуля, то даже при невысоком уровне вычислительных умений полезно не «повторять» и «закреплять», а исследовать тайны чисел, побуждать учащихся к вопросам о числах, отношениях между числами, арифметических действиях, к проявлению своих личностных смыслов чисел, отношений и действий с ними, к выполнению нестандартных заданий. Представим некоторые пути реализации названных подходов.

Известно, что основой многих устных вычислительных алгоритмов и всех письменных являются действия с однозначными числами - табличные случаи сложения и вычитания, умножения и деления. Работа с таблицами сложения и умножения может быть интересна и пятиклассникам. Это может быть обсуждение причин изобретения таких таблиц, их роль в разработке алгоритмов, связь с десятичной системой счисления (возможно рассмотрение таблиц сложения и умножения и в других позиционных системах с учетом изучения информатики), выявление на основе анализа таблиц числовых рядов, закономерностей. (Самые простые закономерности наблюдаются в каждой строке и столбце: каждое следующее число больше предыдущего на одно и то же число. Интересны последние столбец и строка в таблице умножения, представляющие умножение на 9. Уже первые три произведения позволяют увидеть, что сумма «цифр» у каждого произведения на равна 9, что цифры десятков в числах столбца 1; 2; 3; а цифры единиц - 8; 7; 6;

Богатыми возможностями в развитии числовых представлений обы дает расширение чисел. Известны теоретические и практические причины расширения чисел, которые отражают соответственно духовные и материальные потребности людей. Аналогичные причины изобретения новых чи

сел могут быть инициированы учителем у учащимся 5 - 6 классов на першах уроках рассмотрения дроби и отрицательных чисел.

Просим учащихся сравнить между собой действия умножения и деления натуральных чисел, натуральных чисел и нуля. В каком из действий числа более равноправны? На этот вопрос дети всегда дают однозначный ответ: в умножении. Поясняя, они отмечают: в умножении могут участвовать любые два числа, и результат этого участия всегда есть. И в умножении неважно, какое число первое, а какое второе - результат не зависит от этого (переместительное свойство). Иное дело - деление (нацело). Не любые два числа можно разделить друг на друга. Например, 2 лишено права делиться на 3, также как и 3 не может делиться на 2. Когда же некоторое число делится на другое, то это другое уже не делится на первое: 6 делится на 3, но 3 уже не делится на 6!

Но мы же всегда хотим быть, как минимум, равноправными с другими людьми?! Как же сделать, чтобы числа были равноправными в делении? Почему нельзя разделить 2 на 3, 6 на 3, 6 на 7? Потому что среди натуральных чисел и нуля нет числа - частного. Чисел не хватает! Как же восстановить справедливость? Как сделать так, чтобы в любой паре чисел каждое из чисел пары делилось на другое? Придумать новые числа!! Как же их обозначить, назвать? И люди придумали: записывать (и называть) новые числа, используя запись (и названия) обоих чисел: $2:3 = 2/3$ (две третьих), $3:2 = 3/2$ (три вторых) и т.д. Мы изобрели новые числа: $2/3$, $3/2$, $3/6$ и др. Так как это числа, то они должны «уметь» что-то обозначать. Например, в $6:3$ число 6 может обозначать 6 яблок, 6 плиток шоколада, 6 метров и т.п., 3 может обозначать 3 равных части, на которые нужно поделить 6 яблок, плиток шоколада, метров, ... А что может обозначать $3/6$?

Если вместе с учащимися конструировать и отношения между дробями, и арифметические действия, то, как показывает опыт, правила сравнения, выполнения арифметических действий, способ записи, сравнения и выполнения действий с десятичными дробями приобретают для учащихся собственные смыслы, знание становится «живым» (В.П. Зинченко) [2]. Через стремление устранить «несправедливость» вычитания в отношении некоторых натуральных чисел учащимися могут быть изобретены отрицательные числа, отношения и действия с ними, их практические смыслы, что значительно повышает интерес учащихся к изучению и его результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арнольд В.И. Математика и математическое образование в современном мире [http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikev~viamn svr mir](http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikev~viamn%20svr%20mir) Дата обращения 14.08.2014.
2. Зинченко В.П. Психологическая педагогика. Материалы к курсу лекций. Часть Живое Знание. — Самара: 1998. — 216 с. [Источник: <http://psvchlib.ru/nigppu/ZZHz-1998/ZJZ-001.htm>] Дата обращения 10.08.2014.
3. Якиманская И. С. Требования к учебным программам, ориентированным на личностное развитие школьников // Вопросы психологии. 1994. - № 2. С. 65-77.