Предупреждение ошибок учащихся при делении многозначных чисел

Формирование у учащихся навыков деления многозначных чисел — одна из наиболее трудных задач учителя начальной школы. О методике обучения алгоритму письменного деления написано много, тем не менее на отдельные моменты обучения делению многозначных чисел хотелось бы обратить внимание учителей.

В. настоящей статье рассматриваются причины и пути предупреждения у учащихся ошибок, заключающихся в пропуске цифр частного (потеря нулей в частном) и в получении лишних цифр в частном.

Основными причинами указанных выше ошибок являются следующие:

неумение учащихся осознанно определять количество цифр в частном;

имеющееся у большинства учащихся представление о том, что меньшее число не делится даже с остатком на большее число, а значит, и частного в этом случае не будет;

формальное усвоение способа образования неполных делимых;

отсутствие значения о том, что каждое неполное делимое обязательно дает цифру частного в соответствующем разряде.

Остановимся на каждой из указанных причин и путях их устранения.

Обычно определение количества цифр в частном проводится в результате таких рассуждений: «Первое неполное делимое 8 сотен, значит, в частном будет три цифры...» (Математика. 3, с. 84).

Однако абсолютное большинство опрошенных нами третьеклассников не смогли объяснить, почему из того, что если первое неполное делимое 8 сотен, то в частном будет три цифры. Не смогли объяснить это и часть учителей. Отсутствие логического перехода от разряда первого неполного делимого к количеству цифр частного — основная причина непонимания учащимися этого шага, а потому и его невыполнения.

Подробнее объяснение определения количества цифр частного дано в пособии для учителя при выполнении деления 936 на 4: «9 сотен — это первое неполное делимое. Когда разделим сотни, то в частном получим сотни, а сотни в записи числа стоят на третьем месте, значит, в частном будет 3 цифры»[I].

Приведенные рассуждения конкретизируют важное общее положение: *разряд первого неполного делимого является и высшим разрядом частного.* Указанное общее положение необходимо довести и до учащихся. Это может быть сделано в результате обобщения способа определения количества цифр частного для конкретных случаев деления уже на уроке ознакомления с алгоритмом деления.

Ниже описан возможный вариант соответствующей части урока.

После объяснения и выполнения деления одним-двумя учащимися у доски учитель просит детей назвать первый шаг алгоритма. Они называют выделение первого неполного делимого, определение количества цифр частного. Затем детям дается задание: для каждого случая деления (785:5,434:7, 12360:6, 1736:8) выделить первое неполное делимое и определить количество цифр частного, проведя необходимые рассуждения.

Учитель направляет ответы учащихся так, чтобы количество цифр частного определялось в результате примерно таких рассуждений: «Первое неполное делимое в примере 785:5 будет 7 сотен, значит, первая цифра частного будет обозначать сотни. Тогда в частном будут сотни, десятки и единицы, т. е. три цифры». «Во втором примере (434:7) первое неполное делимое 43 десятка, значит, первая цифра частного будет обозначать десятки (высший разряд частного — десятки). Значит, частное будет состоять из

[I] Пчелко А. С., Бантова М. А., Моро М. И., Пышкало А. М. Математика в 3 классе. Пособие для учителя. 1983, с. 78.

десятков и единиц. Частное — двузначное число». «В третьем примере (12 360:6) первое неполное делимое 12 тысяч, значит, высший разряд частного — тысячи. Тогда частное будет состоять из тысяч, сотен, десятков и единиц, значит, в частном — четыре цифры». «В четвертом примере (1 736:8) первое неполное делимое 17 сотен, значит, высший разряд частного — сотни. Поэтому частное будет содержать сотни, десятки и единицы, т. е. три цифры».

При выполнении этого задания полезно на доске выделить первое неполное делимое, ниже записать название разряда этого неполного делимого и название высшего разряда частного, отметить точками количество цифр частного. Общий вывод --- разряд первого неполного делимого является высшим разрядом частного — может быть сделан самим учителем. Требовать запоминания учащимися определения этого вывода не нужно.

Далее дети продолжают выполнение тренировочных упражнений в делении на однозначное число, комментируя каждый шаг алгоритма и объясняя способ определения количества цифр частного.

В дальнейшем полезно в устные упражнения включать специальные задания на определение количества цифр частного, например, такие:

1. Сколько цифр будет содержать частное и почему, если первое неполное делимое 12 десятков? 4 сотни? 57 тысяч? 19 десятков тысяч?

2. Выполняя деление в следующих случаях:

1) 9 870:35
2) 136 576:64
3) 95 345:485
4) 76 171:19
5) 720 036:36

ученик в частном получил соответственно: 1) трехзначное число; 2) четырехзначное число; 3) двухзначное число; 4) четырехзначное число; 5) трехзначное число.

В каких случаях частное найдено неверно? Почему?

3. Не выполняя действий деления и умножения, укажите, какие из равенств неверны:

116 174:58=203
44 172:9 =4 908
21 476:7 =368

Верно ли, что меньшее число не делится на большее? Верно, но лишь для деления нацело. Действительно, разделить нацело одно число на другое — это значит найти такое третье целое неотрицательное число, умножив на которое делитель получим делимое. Если делимое меньше делителя (но не равно нулю), то такого целого неотрицательного числа, найти нельзя, т. е. для случая деления, например, 2:7 частного при делении нацело не существует.

Другое дело, если рассматривается деление с остатком. В этом случае разделить, например, 3 на 11 означает найти таких два целых неотрицательных числа — частное и остаток, чтобы сумма произведения частного на делитель и остатка была равна делимому. Указанному условию для чисел 3 и 11 удовлетворяют частное и остаток 3. Действительно:

0-11+3=3, т. е. 3:11=0 (ост. 3), где 3<11. Причем это частное и остаток легко найти, используя известный прием деления с остатком: «3 не делится нацело на 11. Самое большое число, которое делится нацело на 11 и меньше 3, есть число 0. Разделим 0 на 11, получим частное 0. Из делимого 3 вычтем 0, получим 3. Это остаток. Причем 3 меньше 11. Итак, частное при делении 3 на 11 равно 0, остаток равен 3».

В каждом шаге алгоритма письменного деления выполняется именно деление с остатком, так как при делении неполного делимого на делитель всегда требуется найти два числа: частное и остаток. А поэтому и случай, когда неполное делимое меньше делителя, следует рассматривать как деление с остатком.

Покажем теперь, как рассуждает ученик, если он считает, что меньшее число не делится на большее, т. е. рассматривает это деление как деление нацело.

Пусть, например, нужно разделить 642 на 6. Найдя первую цифру частного — 1, учащиеся часто рассуждают так: «4 на 6 не делится, значит, буду делить на 6 число 42. 42 разделить на 6, получится 7. Частное равно 17». В этих рассуждениях ошибочным является утверждение *4 на 6 не делится,* из которого уже логически следует оставшаяся часть рассуждений. Действительно, слова *не делится* означают *частного не существует,* а раз не существует, то никакой цифры в частном от деления 4 на 6 появиться не должно! Постановка нуля в частном в этом случае есть нарушение логики.

Появление этой цифры в частном логически оправдано, если объяснение дается такое: «4 десятка не делится на 6 так, чтобы в частном получился хотя бы один десяток, поэтому десятков в частном будет 0». Однако это объяснение для слабых учащихся не всегда может быть оправдано, так как после слов *не делится* мысль о том, что частного в этом случае нет, может возникнуть у них раньше, чем дальнейшие рассуждения. Ведь весь жизненный опыт учащихся формирует у них (может быть, неявно) абсолютно верное утверждение: «Если какое-то действие (в широком смысле) нельзя выполнить, то и никакого результата у такого действия не будет!»

Предотвратить возникновение ошибок поможет рассмотрение деления в случае, когда делимое меньше делителя, как деления с остатком. Для этого перед ознакомлением с алгоритмом письменного деления следует повторить прием деления с остатком, предлагая учащимся найти частное и остаток и для выражений вида: 7:23, 2:5, 9:15 и т. п.

При выполнении письменного деления в рассмотренном выше случае (642:6 рассуждения учащихся могут быть такими: «Второе неполное делимое 4 десятка. 4 десятка разделим на 6. Получим частное 0 десятков и остаток 4 десятка. 4 меньше, чем 6, значит, цифра частного найдена верно. Образуем следующее неполное делимое...»

Опыт соответствующей работы описан в статье Т. Н. Шандрук «Случай деления с нулем в частном» (Начальная школа, 1982, № 3).

Формальное усвоение учащимися способа образования неполных делимых проявляется в том, что, во-первых, учащиеся не определяют разряд неполного делимого, а лишь формально приписывают, сносят цифру полного делимого; во-вторых, неполными делимыми считают только числа, большие делителя, а потому при письменном делении, например, 780 702 указывают только два неполных делимых: 78 дес. тыс. и 702 ед., хотя в действительности неполных делимых здесь пять: 78 дес. тыс., 0 тыс., 7 сот., 70 дес., 702 ед.

Покажем возможные пути устранения рассматриваемой причины ошибок.

Способ образования неполных делимых состоит из двух операций: перевода единиц высшего разряда (перевода остатка) в единицы следующего низшего разряда и сложение полученного круглого числа с единицами этого же разряда, имеющимися в полном делимом.

При ознакомлении с алгоритмом письменного деления необходимо выделить этот способ для осознания и запоминания учащимися. Важно при этом подчеркнуть, что следующее неполное делимое единицы разряда непосредственно следующего (низшего) за разрядом предыдущего неполного делимого, что никаких пропусков и повторений разрядов не должно быть.

Для закрепления полезно предложить учащимся, например, такое задание: «При письменном делении некоторых чисел первое неполное делимое оказалось равным 28 тысячам. Единицы какого разряда содержат второе неполное делимое, третье, четвертое?»

Для осознанного овладения учащимися способом образования неполных делимых полезно постепенно осуществлять переход от полных рассуждений при выполнении письменного деления к кратким, предлагая учащимся некоторое время проводить при делении примерно такие рассуждения:

```
10356 | 6
 6    |----
--    | 1726
 43
 42
 --
  15
  12
  --
   36
   36
   --
    0
```

«Первое неполное делимое 10 тыс., значит, в частном будут тысячи, сотни, десятки и единицы, т. е. четыре цифры. Разделю 10 на 6. Получу в разряде тысяч в частном 1. Умножу 1 на 6. Вычту из 10 число 6. Второе неполное делимое 43 сотни. 43 разделю на 6. Получу в частном разряде сотен 7. Умножу 7 на 6 и вычту 42 из 43. Следующее неполное делимое 15 десятков. 15 делю на 6. В разряде десятков частного получу 2. Умножу 2 на 6 и вычту 12 из 15. И т. д.»

При рассмотрении первого примера деления с нулем в частном полезно использовать такую же запись, как и для случаев без нуля в частном, и проводить рассуждения так, как это показано ниже:

```
432 | 4
4   |----
-   | 108
 3
 0
 -
 32
 32
 --
  0
```

«Первое неполное делимое 4 сотни, значит, в частном будут сотни, десятки и единицы, т. е. три цифры. 4 разделю на 4, в разряде сотен получу 1. 1 умножу на 4. Все сотни разделили. Следующее неполное делимое 3 десятка. Разделю 3 на 4, получу в разряде десятков частного 0. 0 умножу на 3, получу 0. Вычту 0 из 3. Остаток 3. Следующее неполное делимое 32 единицы. Разделю 32 на 4, получу 8 в разряде единиц частного. Частное чисел 432 и 4 равно 108».

Затем учитель говорит, что умножение нуля на 3 и вычитание нуля из трех можно выполнить устно, не записывая результатов, и показывает сокращенную запись алгоритма деления для случая деления с нулем в частном:

```
432 | 4
4   |----
-   | 108
 32
 32
 --
  0
```

Рассуждения же проводятся точно такие, как и при использовании первой записи.

При рассмотрении случаев деления на двузначное число с нулем в частном также полезно в записи иметь каждое из неполных делимых, даже если это делимое равно нулю. Важно приучить детей к соблюдению такой последовательности выполнения деления: после получения неполного делимого нужно обязательно найти соответствующую цифру частного, записать ее в частном и лишь после этого образовывать следующее неполное делимое. Выработка у учащихся привычки всегда при выполнении письменного деления придерживаться указанной последовательности и есть основной путь устранения причины ошибок, отмеченной нами выше.

Покажем на примере 480 024 : 24, как может быть оформлена запись алгоритма письменного деления и какими рассуждениями целесообразно ее сопровождать:

```
480024 | 24
 00    | 20001
  00
    2
   24
    0
```

«Первое неполное делимое 48 десятков тысяч, значит, в частном будут десятки тысяч, единицы тысяч, сотни, десятки и единицы, т. е. пять цифр. Разделю 48 на 24, получится 2 в разряде десятков тысяч в частном. Все десятки тысяч разделились, остаток 0. Образую второе неполное делимое: 0 тысяч. 0 разделю на 24, получится 0 в разряде единиц тысяч в частном. Следующее неполное делимое 0 сотен. 0 разделю на 24, получится 0 в разряде сотен в частном. Следующее неполное делимое 2 десятка. 2 разделю на 24, в частном в разряде десятков получу 0, в остатке 2. Следующее неполное делимое 24 единицы. 24 разделю на 24, получится 1 в разряде единиц частного. Частное чисел 480 024 и 24 равно 20 001».

В дальнейшем применяется обычная запись, но в случае затруднений, ошибок можно прибегать и к приведенной выше записи или же к такой, как показано ниже:

```
480024 | 24          480024 | 24
  0024 | 20001       48     | 20001
     0                 0024
                         24
                          0
```

В заключение отметим, что формирование любого навыка идет успешнее, если этот навык осознанный. Именно поэтому усиление внимания учителей ко всем отмеченным выше моментам в обучении алгоритму письменного деления будет способствовать выработке более прочных вычислительных навыков.

С. Е. ЦАРЕВА,
Новосибирский педагогический институт