

Проверка решения задачи и формирование самоконтроля учащихся

Важнейшая задача советской школы на современном этапе — научить учащихся самостоятельно добывать знания и применять их на практике. В связи с этим особое значение приобретает формирование учебной деятельности школьников.

Учебная деятельность — ведущая деятельность в младшем школьном возрасте, и именно поэтому ее структура должна закладываться с первых дней пребывания ребенка в школе. Одним из компонентов учебной деятельности, с которого, по мнению психологов, должно начинаться ее формирование, является самоконтроль.

Самоконтроль может осуществляться в нескольких видах: «прогнозирующий, до начала работы: пошаговый, по ходу работы; итоговый, после завершения работы»¹. Предметом контроля может быть как конечный результат, так и способ его получения. В младшем школьном возрасте действия контроля и оценки осуществляются пока в своих простейших формах — в виде итогового контроля, по результату уже сделанной работы. Но здесь уже начинается становление действия контроля по ходу работы. Это является одним из признаков формирующейся учебной деятельности.

Суть любого контроля состоит в установлении соответствия результата или способа действия материальному или существующему в сознании образцу. Установление такого соответствия предполагает не только констатацию его наличия или отсутствия, но и качественную характеристику степени этого соответствия. Поэтому в любой деятельности контроль тесно связан с оценкой.

В учебной деятельности образец результата или способа действия не всегда может быть дан в готовом виде, а потому формирование самоконтроля предполагает развитие не только умения соотносить объект контроля с образцом, но и умения самостоятельно выбирать или конструировать такие образцы — критерии успешности выполнения тех или иных действий, критерии степени достижения той или иной цели.

При обучении математике формирование самоконтроля часто связывается с обучением учащихся способам проверки тех или иных учебных заданий, в частности с проверкой решения задач. Однако наблюдения показывают, что даже правильное выполнение всех основных действий, составляющих тот или иной способ проверки конкретного задания,

отнодь не всегда свидетельствует о высоком уровне развития самоконтроля. Причин этому несколько. Суть основных из них, на наш взгляд, заключается в следующем:

1. Принятые в обучении способы проверки могут в разной степени оказывать влияние на становление самоконтроля учащихся, что не всегда учитывается.

2. Даже значительные возможности, заложенные в том или ином способе проверки, реализуются лишь при определенных условиях овладения ими учащимися, что также не всегда учитывается.

В этой статье рассматриваются возможности различных способов проверки решения задач в формировании самоконтроля учащихся.

В методике преподавания математики под проверкой решения арифметической задачи чаще всего понимают проверку ответа задачи. Известно несколько способов такой проверки: 1) составление и решение обратной задачи; 2) решение задачи другим способом;

3) соотнесение полученного результата и условия задачи или разыгрывание условий задачи; 4) прикидка ответа или установление его границ.

При проверке решения задачи на основе ряда умственных или практических действий должен быть сделан вывод в виде умозаключения: «Так как ... , то ответ найден верно». Причем проверяющий должен быть убежден, что им выполнены, и выполнены правильно, именно те действия и проведены именно те рассуждения, которые необходимы для установления того, что задача решена правильно или неправильно, т. е. действия по проверке должны представляться менее трудными и более обоснованными, чем решение проверяемой задачи. В противном случае вся проводимая работа по проверке не может служить для ученика средством контроля проведенного решения, а будет восприниматься им как дополнительная работа по задаче, цель которой ему непонятна, но которую нужно выполнить по требованию учителя. Ясно, что такая проверка не только не способствует формированию самоконтроля, но и препятствует этому, так как искажает в сознании учащихся смысл проверки.

Рассмотрим теперь каждый из названных выше способов проверки.

1. Составление и решение обратной задачи.

При проверке решения задачи этим способом учащиеся, как известно, должны выполнить ряд действий: 1) подставить в текст задачи найденное число; 2) выбрать новое искомое; 3) сформулировать новую задачу; решить составленную задачу; 5) сравнить полученное число с тем данным первой задачи, которое было выбрано в качестве искомого, на основе этого сравнения составить соответствующее умозаключение о правильности решения прямой задачи.

Один из пунктов этого перечня действий — решение обратной задачи. Чтобы использовать результат этого решения в качестве об-

¹ Давыдов В. В., Маркова А. К. Концепция учебной деятельности школьников. — Вопросы психологии, 1981, № 6, с. 24.

разца — критерия оценки правильности решения первоначальной задачи, — это решение должно быть верным и не вызывать затруднений, т. е. быть заведомо более легким, чем решение проверяемой задачи. Если это условие не соблюдено, то решение обратной задачи также требует проверки и, следовательно, уже не может выступать в роли средства контроля.

Но объективно степень сложности обратной задачи такая же, что и прямой. Действительно, обратная задача содержит столько же данных, те же отношения и связи (только неизвестными могут быть другие компоненты этих отношений), что и прямая. Значит, и для учащихся она далеко не всегда будет более легкой. Но, кроме решения обратной задачи, учащиеся должны еще составить ее. Это еще более усложняет процесс проверки.

Из сказанного следует, что составление и решение обратной задачи в абсолютном большинстве случаев задание более сложное для учащихся, чем решение прямой задачи, а потому психологически не может восприниматься ими как критерий правильности решения прямой задачи. Самостоятельное применение этого способа проверки в качестве средства контроля для учащихся вряд ли приемлемо. Это, естественно, не исключает возможности применения составления и решения обратных задач для других целей. А это означает, что применение этого способа на уроках вряд ли может служить формированию самоконтроля у учащихся.

2. Решение задачи другим способом.

Этот способ проверки в целом известен учителю. Однако мы считаем необходимым провести здесь некоторое уточнение понятия способа решения задачи.

Мы уже рассматривали (см.: Начальная школа, 1982, № 2, с. 39—41) это понятие для случаев, когда ответ на вопрос задачи находится путем последовательного выполнения ряда арифметических действий или в результате решения уравнения. Но ответ иногда может быть получен и без выполнения арифметических действий и решения уравнения. Например, для решения задачи: «У Вани 6 значков, а у Лены на 2 значка меньше. Сколько значков у Лены?» (Математика-1, № 51) — можно сделать схематический рисунок (рис. 1), подсчитать число незачеркнутых клеточек во втором ряду и записать ответе «У Лены 4 значка».

Этот способ решения основан на раскрытии смысла отношения *быть на 2 меньше*. Ознакомление с ним предшествует арифметическому решению таких задач и служит средством формирования понятия о соответствующ-



Рис. 1

щих отношениях. На этапе же закрепления знания этих отношений для чисел приведенный способ решения может служить средством проверки не только полученного при арифметическом решении задачи результата, но и правильности выбора действия. Этот способ решения применим для многих задач.

Покажем еще один возможный способ решения задач. Пусть нужно решить задачу: «В магазине за 3 дня продали 1 т сахара: в *первый день продали 300 кг, во второй день в два раза больше, чем в первый. Сколько килограммов сахара продали в третий день?» (Математика-3, № 153). Ответ на вопрос этой задачи можно получить с помощью построения чертежа (рис. 2) и измерения соответствующего отрезка при условии, что выбран масштаб. Например, отрезок в 1 см означает 100 кг сахара.

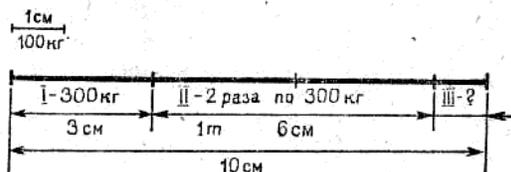


Рис. 2

Если учащиеся хорошо владеют умением строить чертеж по задаче, то ответ на вопрос задачи, найденный по чертежу без выполнения арифметических действий или с выполнением лишь некоторых из них, может служить образцом для сличения с ним ответа, найденного другим путем.

Это же можно сказать и о решениях задач, полученных на основе других видов моделирования, например практического выполнения описываемых в задаче действий над реальными предметами или их моделями и др.

Таким образом, говоря о решении задачи другим способом как о средстве проверки, следует рассматривать и способы решения, основанные на моделировании ситуаций, описанных в задаче.

Рассмотрим подробнее этот способ проверки с точки зрения его возможностей в формировании самоконтроля.

Во-первых, следует заметить, что получение того же результата при решении задачи другим способом подтверждает правильность первого решения (вернее, числа, полученного в результате первого решения) лишь при верном решении задачи этим способом. Чтобы решение задачи другим способом воспринималось учащимися как средство контроля и самоконтроля, необходимо, чтобы этот второй способ решения был более освоен ими, чем первый способ. Только в этом случае учащиеся смогут использовать его для самоконтроля.

Особенно важно выполнение этого требования при первом знакомстве с рассматриваемым способом проверки.

Именно при первом знакомстве учащиеся должны осознать другой способ решения как возможное средство контроля за результатом решения задачи. Для этого необходимо организовать работу над задачей так, чтобы, во-первых, решение ее действительно требовало проверки, т. е. чтобы оно не было слишком легким или достаточно обоснованным; во-вторых, существовал другой способ ее решения, более освоенный учащимися. Только при выполнении этих условий учащиеся воспримут решение задачи другим способом как проверку.

Возможности использования этого способа проверки как средства самоконтроля снижаются еще и потому, что при самостоятельном решении задачи, если учитель специально не оговаривает способ решения, учащиеся обычно выбирают наиболее доступный для них способ решения. В этом случае самостоятельная проверка рассматриваемым способом вряд ли возможна.

Особо следует остановиться на использовании в качестве средства контроля способов решения задач, выделенных нами как способы, основанные на моделировании.

В математике построение моделей является одним из эффективных способов доказательства некоторых математических предложений. При решении текстовых задач предметная или графическая модель позволяет выразить связи между данными задачи, между данными и искомым через наглядно видимые и интуитивно ясные связи, либо между предметами или группами предметов, либо между отрезками.

Умение представить то или иное отношение, ту или иную зависимость в виде рисунка, с помощью предметов (реальных предметов, предметных картинок, кружочков, квадратов, палочек и т. п.) является, как известно, основой формирования многих математических понятий: понятий об арифметических действиях, об отношениях *быть на (в) ... (раз) больше (меньше)* и др. Предметная или графическая модель текстовой задачи раскрывает содержание понятий, определяющих выбор действий над числами, а потому построение такой модели после решения задачи может служить средством контроля как за результатом решения, так и за выбором действий при решении задачи арифметически или с помощью уравнения. В применении ее для проверки заложены, следовательно, возможности проверки не только результата, но и хода решения, что создает предпосылки для формирования самоконтроля не только по результату, но и по ходу деятельности. (Самоконтроль по ходу деятельности при хорошем владении учащимися этим способом проверки может осуществляться и на основе мысленного построения предметных или графических моделей.)

На этапе закрепления соответствующих понятий такое моделирование может служить и средством предваряющего (прогнозирующего) контроля, т. е. контроля за еще не

выполненными, а только планируемыми действиями. Для этого учащиеся, мысленно наметив план решения задачи, строят предметную или графическую модель и определяют, правильно ли выбраны действия, правильно ли намечен план решения. Модель в этом случае может быть схематической, отражающей лишь главные связи и отношения. В результате такого контроля намеченный план корректируется или выполняется.

Обучение учащихся такому контролю не только способствует формированию развитых форм самоконтроля, но и лучшему усвоению математических понятий. Но для реализации указанных возможностей нужна постоянная и целенаправленная работа учителя с соблюдением всех тех условий, о которых мы говорили выше.

3. Соотнесение полученного результата и условия задачи.

При раскрытии содержания этого способа проверки часто выделяют лишь выполнение арифметических действий над числами, полученными в ответе и данными в условии. Однако смысл соотнесения полученного результата и условий задачи гораздо глубже и заключается не только и не столько в выполнении арифметических действий и в получении чисел, данных в задаче, но и в обосновании с помощью этих действий и логических рассуждений того, что если считать полученный результат верным, то в с е отношении и зависимости между данными и искомым (полученным результатом, который может быть не только числом, но и отношением) будут выполнены. Опровержение последнего утверждения в результате такой, проверки будет означать, что послышка этого утверждения неверна, т. е. что найденный результат неверен. Подтверждение же истинности его означает, что задача решена правильно.

Сделаем также примечание, отнеся выказанное положение (см.: Математика в школе, 1974, № 5, с. 37) о решении текстовых задач к проверке этого решения, а именно: поскольку текстовая задача формулируется на реальном языке, то проверка ее должна основываться на смысле слов и предположений этого языка. Это означает, что проверка рассматриваемым способом заключается в проведении рассуждений по тексту задачи с выполнением при необходимости арифметических действий. Проведение этих рассуждений носит всегда неформальный характер, основано на понимании проверяющим всех слов и предположений текста задачи. Именно поэтому очень удачным, на наш взгляд, является название этого способа проверки как «разыгрывание условий задачи».

Приведем пример проведения рассуждений при проверке решения задачи рассматриваемым способом. Возьмем простую задачу: «На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина на 2 грузовика меньше. Сколько грузовиков работало на стройке магазина?» (Математика-1, № 12, с. 95).

Пусть один ученик решил ее так: « $12 - 2 = 10$ (гр.). Ответ: на стройке магазина работало 10 грузовиков». Другой ученик решил задачу следующим образом: « $12 + 2 = 14$ (гр.). Ответ: на стройке магазина работало 14 грузовиков». (Такое решение встречается у некоторых учащихся, если: 1) перед этим решались задачи в косвенной форме; 2) был проведен недостаточно глубокий анализ задачи.)

Проведем проверку для первого решения.

Проверим, выполняется ли условие задачи, если считать, что на стройке магазина работало 10 грузовиков. Читаем условие задачи. В задаче сказано, что на стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина грузовиков работало меньше. Проверим, выполняется ли это. На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина — 10. 10 меньше, чем 12, значит, на стройке магазина грузовиков работало меньше, что соответствует условию задачи. Узнаем, на сколько меньше грузовиков работало на стройке школы, чем на стройке магазина. Для этого из большего числа вычтем меньшее: $12 - 10 = 2$. На стройке магазина работало на 2 грузовика меньше, чем на стройке школы, что соответствует условию задачи. Значит, задача решена правильно.

Проведем проверку решения задачи, выполненного вторым учеником. Рассуждения могут быть такими.

Проверим, выполняется ли условие задачи, если считать, что на стройке магазина работало 14 грузовиков. Читаем условие задачи. В задаче сказано, что на стройке магазина грузовиков работало меньше, чем на стройке школы. На стройке школы работало 12 грузовиков, а на стройке магазина 14 грузовиков. 14 больше 12, т. е. на стройке магазина грузовиков работало больше, чем на стройке школы, что не соответствует (противоречит) условию задачи. Значит, задача решена неверно. Найдено большее число, а нужно было найти меньшее. Значит, нужно было из 12 вычесть 2, получится 10. 10 меньше 12 на 2, что соответствует условию задачи. Решение следует исправить.

Ценность применения этого способа в его неформальности. Рассуждения всегда ведутся по тексту задачи и потому различны для разных задач. В то же время такие рассуждения вполне доступны детям, так как они не требуют больших знаний, чем работа по решению той же задачи. Их контролирующий характер ясен учащимся, и, следовательно, способ проверки, основанный на них, может быть применен и для самоконтроля. Это наиболее естественный способ проверки, однако обучение ему также требует организации специальной работы и постоянного внимания.

Рассуждения учащихся при «разыгрывании» условия основаны на понимании текста задачи, на выявлении всех отношений, зависимостей, описанных в задаче; а это спо-

собствует совершенствованию у учащихся умения анализировать текст задачи.

Регулярное использование этого способа проверки, а он применим для каждой задачи, вырабатывает привычку внимательно относиться к каждому слову в тексте задачи, заставляет учащихся при решении каждой задачи полно формулировать ответ на вопрос задачи. Частое его применение в сочетании с «прикидкой» и проверкой выбора действия через составление обратной логической задачи является хорошим средством формирования у учащихся наиболее совершенных видов самоконтроля. Обучение установлению соответствия результата решения условию задачи следует начинать с самого начала обучения решению задач.

4. Прикидка ответа или установление его границ.

Применение этого способа проверки дает ответ на вопрос: «Правильно ли решена задача?» — лишь в случае, когда полученный при решении задачи результат не соответствует установленным границам. В этом случае делается вывод о том, что задача решена неправильно. В случае соответствия можно говорить о вероятности того, что задача решена верно. Окончательный вывод делается на основе других способов проверки.

Таким образом, с математической точки зрения возможности этого способа установления истинности полученного решения чрезвычайно малы. Это должны понимать и учащиеся. Однако в дидактическом и воспитательном значении его возможности значительно шире.

Как известно, содержание прикидки заключается в том, что до начала решения задачи на основе предварительного анализа текста задачи прогнозируется с некоторой степенью точности результат решения. В процессе поиска решения и его выполнения учащиеся имеют возможность соотносить каждый шаг решения и конечный результат с прогнозируемым. Чем точнее прогноз, тем выше его контролирующие функции.

Самостоятельное осуществление прикидки ответа и соотнесение хода и результата решения с ее результатом есть не что иное как осуществление самоконтроля в его наиболее развитых видах: пошаговом и прогнозирующем (в последнем, если с прогнозируемым решением сравнивается результат, полученный на основе мысленного выполнения решения). Обучение этому на первый взгляд весьма примитивному способу проверки очень важно для формирования самоконтроля. Прикидка помогает и осуществлению поиска решения задачи, так как предполагает проведение первоначального анализа основных связей между данными и искомым, предполагает выделение основного отношения между ними.

Достаточно частое требование учителя при решении задачи осуществлять прикидку воспитывает у учащихся привычку не начинать решение задачи прежде, чем будет предва-

рительно оценен возможный результат. Это свойство может быть перенесено и на выполнение других видов учебных заданий, что в целом способствует воспитанию у учащихся важного качества личности, которое можно охарактеризовать как следование в любой ситуации принципу: вначале думать, а потом делать.

Заложенные в этом способе проверки возможности для формирования самоконтроля могут быть реализованы лишь при сочетании обучения учащихся этому способу проверки и обучения другим способам, особенно в сочетании с установлением соответствия условию задачи.

Мы рассмотрели основные способы проверки решения задач и показали, что каждый из них обладает различными возможностями в формировании самоконтроля учащихся. Однако только умелое обучение учащихся всем способам проверки, уделение особого внимания наиболее значимым, обучение выбору способов проверки, постоянное и пристальное внимание учителя к этой работе, обеспечение ее направленности на развитие самоконтроля — все это, вместе взятое, позволит включить этот этап работы над задачей в арсенал активных средств формирования учебной деятельности школьника.

С. Е. ЦАРЕВА,
Новосибирский педагогический институт