



## Обучение решению задач

С. Е. ЦАРЕВА,

*Новосибирский государственный педагогический университет*

Приступая к описанию *методики* обучения решению задач, отметим прежде всего *существенные различия* между понятиями "обучение решению задач" и "решение задач".

Необходимость такого различия вызвана тем, что в методической литературе и в практике обучения эти понятия часто отождествляются, а вопрос "Как научить решать задачи?" подменяется вопросом "Как решать задачи на уроке?", *методика обучения* решению задач сводится к методике решения задач. Такое отождествление небезобидно. Оно приводит к ориентации работы учителя на получение ответов на вопросы задач, а не на формирование умения решать задачи, к направленности деятельности учащихся на решение конкретной задачи, а не на овладение способом решения. По этой причине до сих пор не используются должным образом богатые резервы формирования умения решать задачи, имеющиеся в разнообразных видах работы с задачами, отличных от решения задач<sup>1</sup>. По этой же причине среди части учителей все еще распространено мнение, что любая задача, включенная в урок, должна быть обязательно решена на уроке, решение доведено до конца и записано соответствующим образом. В результате деятельность учащихся на уроке зачастую однообразна, так как наполнена большим объемом механической и непродуктивной работы.

*Обучение решению задач* — это специально организованное взаимодействие учителя и учащихся, цель которого — *формирование у учащихся умения решать задачи*.

Чтобы выявить характер и условия такого взаимодействия, нужно разобратся в том, что значит умение решать задачи.

Любое умение — это качество человека, а именно: его готовность и возможность успешно осуществлять определенные действия. В методической литературе принято выделять два основных типа умения решать задачи:

- *общее умение решать задачи;*
- *умение решать задачи определенно-го вида (частное умение решать задачи).*

Чтобы успешно формировать эти умения, нужно знать, в чем и как они проявляются, какова их структура и операциональный состав, какие компоненты являются вариативными, изменяемыми, а какие — инвариантными, неизменяемыми. Постараемся ответить на эти вопросы.

*Общее умение решать задачи* (ОУРЗ) проявляется при решении человеком (испытуемым) незнакомой задачи, т.е. задачи такого вида, способ решения которой *неизвестен* решающему.

Всех испытуемых по характеру поведения при встрече с незнакомой задачей можно разделить на *две* группы:

- отказывающиеся от попыток решения задачи на том основании, что "такие задачи не решали, поэтому не знают, как их решать";

- приступающие к решению, а именно: к осмыслению и преобразованию задачи с помощью разнообразных приемов и средств с целью отыскания пути решения.

Испытуемые *первой группы* после осознания того, что способ решения задачи

<sup>1</sup> См., например: Царева С. Е. Виды работы с задачей на уроке//Начальная школа, 1990, № 10.

им неизвестен, никаких действий по решению задачи не совершают. Это означает, что общее умение решать задачи у них отсутствует, находится на нулевом уровне.

Испытуемые *второй группы* либо отскакивают путь решения и получают ответ на вопрос задачи, либо отказываются от продолжения решения после выполнения некоторой его части и осознания причин невозможности решения: "Я не могу решить эту задачу, так как не знаю точно, что означают в этой задаче слова ...", "Я не могу решить эту задачу, так как для решения нужно число 19 971 разделить на 9, а я не умею это делать".

Испытуемые второй группы владеют общим умением решать задачи. Показателем уровня или степени владения этим умением является как уровень (степень) сложности решаемых задач, так и характер деятельности по решению задач.

Чтобы выяснить *наличие и уровень умения решать задачи определенного вида*, учащимся можно предложить несколько задач, среди которых есть задачи тех видов, умение решать которые нас интересует. Например: выбрать те задачи, которые знаешь, как решать, и решить их. Если ученик выполнит это задание, значит, он владеет соответствующим умением. Уровень и качество этого умения определяются сложностью решенных задач и тем, насколько осознан и обоснован выбранный учеником способ решения.

Итак, мы дали общую характеристику двух типов умений решать задачи, описали, как можно выявить наличие и уровень этих умений. Для формирования этих умений у учащихся важно знать их состав. Сделать это можно на основе знания процесса решения.

Исходя из анализа процесса решения задач, можно предположить, что *общее умение решать задачи складывается* из:

— знаний о задачах, структуре задач, процессе решения и этапах решения, методах, способах и приемах решения;

— умений выполнять каждый из этапов решения любым из методов и способов решения, используя любой из приемов, помогающих решению.

*Обучение общему умению решать задачи* — это:

— формирование знаний о задачах,

методах и способах решения, приемах, помогающих решению, о процессе решения задачи, этапах этого процесса, назначении и содержании каждого этапа;

— выработка умения расчленять задачи на составные части, использовать различные методы решения, адекватно применять приемы, помогающие понять задачу, составить план решения, выполнить его, проверить решение, умения выполнять каждый из этапов решения.

**При формировании общего умения решать задачи предметом изучения и основным содержанием обучения являются задачи (в широком смысле слова), процесс решения задач, методы и способы решения задач, приемы, помогающие осуществлению каждого этапа и всего процесса решения в целом.**

Умение решать задачи определенных видов состоит из:

— знаний о видах задач, способах решения задач каждого вида;

— умения "узнать" задачу данного вида, выбрать соответствующий ей способ решения и реализовать его на "узнанной" задаче.

Обучение умению решать задачи определенных видов включает в себя усвоение детьми сведений о видах задач, способах решения задач каждого вида (данного вида) и выработку умения выделять задачи соответствующих видов, выбирать способы решения, адекватные виду задачи, применять эти способы к решению конкретных задач.

**При формировании у учащихся умения решать задачи определенных видов предметом изучения и основным содержанием обучения являются виды задач, способы и образцы решения задач конкретных видов.**

В истории методики математики издавна идет спор — учить ли детей решать задачи определенных видов или, не выделяя видов задач, учить решать любые задачи. Положительный ответ давался то на первый, то на второй вопросы. С начала тридцатых и до конца шестидесятих годов нашего столетия в отечественной методике приоритет отдавался обучению решению задач определенных видов (типов). С семидесятых годов главной целью провозглашено формирование общего умения решать задачи.

Представляемый подход и соответствующая технология строятся на утвержде-

нии, что необходимо формирование *обоих умений*. Такое формирование возможно при сочетании трех линий в содержании и организации деятельности учащихся:

— накопление опыта решения разнообразных задач как с осознанием процесса и способа решения, так и без такого осознания, на интуитивной основе;

— овладение компонентами общего умения решать задачи в специально организованной для этого деятельности;

— выработка умения решать все виды простых задач, в том числе задачи на движение, на "куплю-продажу", на нахождение дроби от числа и числа по его дроби, на вычисление площади прямоугольника и нахождение стороны прямоугольника по известной площади и другой стороне; выработка умения решать отдельные виды составных задач.

Наше исследование и практика показывают, что наиболее эффективно обучение, в котором идет от накопления опыта решения разнообразных задач к обучению общим приемам и методам, а от них — к овладению способами решения конкретных видов задач.

Ребенок, поступающий в школу, уже имеет некоторый опыт решения задач, в том числе и сюжетных математических (прикладных математических). У одних детей этот опыт богаче, у других — беднее. В большинстве случаев он неосознаваем ими. Поэтому начинать обучение решению задач нужно с обогащения опыта решения задач на интуитивном уровне, а также с помощью предметных действий и здравого смысла. Важное место при этом занимает операция сравнения. С первых уроков детей нужно учить наблюдать мир, сравнивать предметы и группы предметов по самым разнообразным свойствам, классифицировать объекты окружающего мира. Существенный момент обучения в этот период — обсуждение учащимися способов обозначения наблюдаемых свойств, сходств и различий, установленных по какому-либо признаку отношений равенства, отношений "больше" и "меньше", отношений целого и части.

Основная цель первого периода обучения решению задач — формирование у учащихся основных познавательных действий, представлений о ключевых отноше-

ях мира: отношениях целого и части, равенства и неравенства, формирование представлений о числах и действиях с ними. В процессе этой работы решаются и задачи, в том числе задачи на установление отношений равенства и неравенства, простые задачи на сложение и вычитание (хотя последние в этот период могут решаться и без арифметических действий). Приемы, помогающие решению, учитель в этот период выполняет сам или "подсказывает" их детям. В результате у учащихся накапливается опыт, создаются первые представления о процессе решения задач.

После решения достаточного числа задач под руководством учителя на основе личного жизненного опыта учащихся необходимо провести урок обобщения и систематизации знаний о задачах, урок "взгляда" на задачи "сверху". Результатом такого урока будет осознание детьми многообразия задач, с которыми встречаются или могут встретиться они; задач, которые ставятся и могут ставиться человеком; задач, которые приходится решать, чтобы узнавать как можно больше о мире и о себе. На этом же уроке учащиеся узнают, что любая задача состоит из двух основных частей: *условия и требования (вопроса)*, что задачи могут быть по-разному представлены. На этом же уроке дети получают первые представления о том, что значит *решить задачу*.

Урок можно начать с беседы о задачах, которые учащиеся решали на уроках математики и других уроках, о задачах, которые Моиг встретиться им в повседневной жизни. По ходу беседы дети и учитель приводят примеры разнообразных задач. Учитель на доске фиксирует их содержание. Затем выясняет, чем все эти задачи похожи, что есть общее в каждой задаче. Обобщая, делает вывод: любая задача состоит из двух частей. В одной части сообщается какая-либо информация о чем-то, в другой — спрашивается о чем-либо, имеющем отношение к первой части. Первую часть принято называть *условием*, вторую — *требованием задачи (вопросом)* задачи.

*Следующий этап урока — выделение условия и вопроса* в самых разных задачах, которые составляют сами учащиеся, формулирует учитель или берет из учебника. Кроме умения выделять условие и вопрос задачи учащиеся в этой работе еще раз убеждают-

ся, что задачи могут возникать в любой области действительности, что содержание их может быть представлено самыми разными средствами: текстом, рисунком и другими графическими изображениями, предметно и т. п.; что есть задачи, которые мы уже можем решить ("я могу решить"), но есть задачи, которые мы пока не в состоянии решить; есть задачи, ответы на вопросы которых пока еще никто не нашел.

Уточнив и расширив представления детей о задаче, обсуждаем вопрос "Что значит решить задачу?". Вначале полезно помочь каждому ученику осознать уже имеющиеся у него собственные представления. Для этого просим детей произнести вслух слова *решить задачу* и представить, что они означают. Затем каждому ученику даем возможность высказаться. В результате приходим к тому пониманию, которое принято в математике и других областях знания: *решить задачу — это значит ответить на ее вопрос так, чтобы ответ соответствовал условию задачи*. Теперь полезно "поиграть" с задачами, выбирая ответ к ним среди нескольких данных. Работу можно организовать так.

На карточке записывается одна задача и несколько ответов на ее вопрос. Учащимся предлагается выяснить, какой из ответов на вопрос задачи соответствует ее условию, какой из ответов говорит о том, что задача решена. Приведем образцы таких карточек<sup>2</sup>.

*Карточка 1*

Некто решал такую задачу:

"Коля, Саша и Алеша были на рыбалке.

Каждый из них поймал разное количество рыб.

Коля и Саша вместе поймали 6 рыб, Алеша и Коля - 4 рыбы. Сколько рыб поймал Алеша?"

Решив задачу правильно, Некто записал

один из следующих ответов:

1. Алеша поймал 4 рыбы;

2. Алеша поймал 3 рыбы;

3. Алеша поймал 2 рыбы;

4. Алеша поймал 1 рыбу;

5. Алеша не поймал ни одной рыбы.

Какой ответ на вопрос задачи записал Некто?"

*Карточка 2*

Некто решал такую задачу:

"Прочитай и скажи, какие буквы пропущены в словах.

Пот...мнели д...роги".

Решив задачу правильно, Некто дал один из следующих ответов на вопрос задачи:

1. В первом слове пропущена буква "и", во втором - "о".

2. В первом слове пропущена буква "е", во втором - "а".

3. В первом слове пропущена буква "с", во втором - "о".

4. В первом слове пропущена буква "и", во втором - "а".

Какой ответ на вопрос задачи дал Некто?"

При обсуждении результатов выполнения задания важно подчеркнуть различие вопросов: "Что значит — решить задачу?" и "Как решить задачу? Как можно решить задачу?"

*Следующий важный момент* предлагаемой системы обучения решению задач — *анализ процесса решения задачи*. С этой целью при решении задач необходимо постоянно обращать внимание учащихся на то, что помогло им решить задачу, что дети делали для того, чтобы решить задачу, что делали вначале, что — потом. Такая работа помогает учащимся понять не только процесс решения задачи, но и себя.

Полезно и проведение специальных уроков, на которых предметом обсуждения и осознания является процесс решения задачи и на которых дети ищут ответ на вопрос "Как мы решаем задачи?". Форма проведения таких уроков — диалоговая". Здесь важен не только и не столько конечный результат, сколько *сам процесс обсуждения*, попытки каждого ребенка выстроить свою версию ответа на вопросы: "Как мы решаем задачи? Почему некоторые задачи "решаются", а другие — нет? Чем отличается процесс успешного решения от неуспешного?" В результате обсуждения приходим к выводу: для того чтобы решить задачу (трудную задачу), нужно:

— понять ее, т.е. понять смысл каждого слова в тексте задачи, понять, что *а* чем и как сказано, что от чего зависит, понять, о чем задача, о чем в задаче спрашивается, что про это известно и что неизвестно:

— наметить план решения, т.е. наме-

<sup>2</sup> Курганов С.Ю. Ребенок и взрослый в учебном диалоге. - М., 1988.

титель, что и в какой последовательности делать, чтобы ответить на вопрос задачи;

— выполнить намеченный план;

— проверить, правильно ли найден ответ на вопрос задачи;

— выяснить, все ли возможные ответы найдены.

На этом же уроке подчеркиваем, что главное при решении задачи — *понять ее*. Поэтому, приступая к решению задачи, полезно вначале не задавать себе вопрос "Как решить эту задачу?", а задать вопросы: "Что это за задача? О чем она? Что обозначает это слово? Что в задаче спрашивается?"

Параллельно с освоением знаний о задачах и процессе решения задач необходима специальная работа по ознакомлению учащихся с методами решения и с приемами, помогающими понять задачу<sup>3</sup>, с приемами, которые помогут составить план решения задачи<sup>4</sup>, выполнить намеченный план, проверить правильность решения<sup>5</sup>. Наш подход предусматривает обучение учащихся *арифметическому методу* решения задач (с помощью выполнения последовательности арифметических действий), *алгебраическому* (решению с помощью составления и решения уравнений), *практическому* (решению путем практического выполнения описываемых в задаче действий с реальными предметами или с их предметными или графическими моделями), *логическому* (решению только с помощью логических рассуждений), *табличному* (решению путем занесения содержания задачи в соответствующим образом организованную таблицу), *геометрическому* (решению путем построения геометрических фигур и использования их свойств для моделирования ситуации задачи и отыскания ответа на вопрос задачи), *смешанному* (решению с помощью средств, принадлежащих нескольким методам). Перечень приемов, помогающих решению, которым необходимо учить, дан в первой части статьи (см.: 1997, № 11).

Обучение каждому из методов и приемов ведется по следующей схеме:

— накопление учащимися практического опыта применения данного метода или приема по указанию учителя и с его помощью;

— осознание метода, приема, соответствующей цепочки действий и операций как "инструмента" для осуществления решения, осознание полезности применения метода или приема при решении задачи;

— организация "целостного акта учебной деятельности" учащихся по освоению метода или приема (от принятия каждым ребенком учебной цели: научиться решать задачи с помощью уравнения; научиться решать задачи с помощью действий с предметами; научиться представлять (мысленно, в картинках) содержание задачи так, чтобы она стала понятнее, и т.п.) до получения каждым ребенком ответа на им же поставленные вопросы: "Научился ли я решать задачи с помощью уравнения?", "Научился ли я решать задачи с помощью действий с предметами?";

— накопление опыта решения задач с помощью изученного метода или приема, осознание его достоинств и недостатков, осознание границ его применения, особенностей применения к решению задач определенных видов.

Особое место в формировании умения решать задачи мы отводим обучению умению находить *разные методы, способы, приемы решения*. Решение задачи по-разному — мощное средство постижения мира, осознания разнообразия свойств и отношений его элементов. Разные методы и способы решения — средство развития познавательного интереса, умения отстаивать свою точку зрения, способности слышать и понимать других людей (об использовании разных методов и способов решения задач написано на страницах журнала "Начальная школа" достаточно много).

<sup>3</sup>См.: Царева С. Е. Приемы первичного анализа задачи//Начальная школа, 1985, № 9; Царева С. Е., Смолеусова Т. В. Практические занятия по теме "Методы и способы решения задач". - Новосибирск, 1993.

<sup>4</sup>См.: Рудакова Е. И., Царева С. Е. Графические схемы при поиске плана решения//Начальная школа, 1992, № 11-12; Шикова Р. Н. Способы разбора текстовых задач//Начальная школа, 1986, № 12.

<sup>5</sup>Царева С. Е. Проверка решения задач и формирование самоконтроля учащихся//Начальная школа, 1984, № 2; Один из способов проверки решения задач//Начальная школа, 1988, № 2.

Еще один аспект нашего подхода к обучению математике вообще и решению задач в частности. Мы считаем необходимым в процессе обучения *специально ставить и обсуждать вопрос об отношениях между содержанием знаний и способами, средствами и формами его выражения*. Частным проявлением этого вопроса является вопрос о записи решения задачи. Известно, сколько копий ломается при оценке итоговых контрольных работ, при проверке тетрадей администрацией, сколько психологических травм получают дети, когда не могут вспомнить, как требуется записывать решение той или иной задачи.

Мы придаем вопросу о записи не частное (утилитарное) значение, а *глобальное*, как ключевой проблеме познания. Ставим перед детьми общий, в определенной мере вечный вопрос: "Зачем вообще люди пишут слова, тексты, какие-либо графические знаки?" Обсуждение детских версий приводит обычно к выделению нескольких ответов: "Чтобы сообщить что-либо кому-либо; чтобы разъяснить что-либо кому-либо; чтобы удержать что-то в памяти; чтобы самому лучше в чем-либо разобраться; чтобы показать кому-либо свои знания и умения, доказать, что ты в чем-то разбираешься; чтобы кто-то другой понял меня, понял, как я рассуждал, как действовал, что получил". Переводя эти ответы на решение задач, получаем, что и запись решения задачи делается для кого-то и для чего-то, а потому хорошая запись — это та, которая максимально выполняет свое назначение.

Мы проигрываем с детьми различные ситуации:

— Сегодня ты записываешь задачу и ее решение для того, чтобы тебе было легче с нею работать, легче решать.

— Решение задачи, которая дана тебе на карточке, запиши так, чтобы твой сосед по парте, прочитав задачу и запись ее решения, понял, как решается эта задача.

— Решение этой задачи запиши так, чтобы, посмотрев через неделю эту запись, ты мог бы понять, как она решается.

— Решение этой задачи запиши так, чтобы каждый, кто прочтет, рассмотрит за-

пись, увидел, что ты знаешь, как решаются такие задачи, что ты умеешь их решать.

— По записи решения этой задачи будут оценивать, умеешь ли ты решать задачи с помощью чертежа (с помощью арифметических действий, с помощью уравнений и т.п.).

Критерии оценки правильности записи в каждой ситуации различны. Если запись делаешь для себя, например для облегчения собственной работы с задачей, то хороша та запись, которая тебе облегчила работу. Причем она хороша даже в том случае, если никому другому, кроме тебя, не понятна и не нравится. Но если ты делаешь запись для соседа по парте и твой сосед в ней ничего не понял или разобрался с трудом, значит, она плохая. Если ты делаешь запись решения задачи для кого-то, кого ты лично не знаешь, тогда нужно узнать, как принято записывать решения задач, какие существуют нормы записи, и записать решение в соответствии с этими нормами.

В результате такой работы с записями задач дети становятся более свободными в выборе форм записи. Они способны конструировать свои записи, начинают понимать связь между формой и содержанием знания. Эта работа не только привносит в решение задач элемент игры, но и способствует познанию себя ("Что мне помогает при решении задач? Какая форма записи помогает мне понять задачу?"), познанию своих товарищей ("Какая форма записи поможет Лене понять решение задачи?"), взрослых ("Как записать решение задачи так, чтобы оно понравилось учителю, чтобы он понял, как я решал задачу?"), познанию общества ("Какие нормы записи решения задач приняты у нас?").

Результаты обучения в соответствии с описанными идеями очень высоки, иногда даже неожиданны. Этот подход дает высокий положительный результат и в обучении решению задач студентов, учащихся педагогических училищ и колледжей. Надеюсь, что внимательный читатель, опираясь на другие наши статьи, найдет возможность реализовать высказанные идеи в собственной практике, и этот опыт реализации будет успешным.