

УДК 378+372.016:51

С.Е. Царева

СМЫСЛЫ ПОНЯТИЯ ЧИСЛА В ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ ПЕДАГОГОВ К РАЗВИТИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДОШКОЛЬНИКОВ И МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

В статье ставится проблема содержания подготовки будущих педагогов дошкольных образовательных учреждений и учителей начальных классов к формированию у детей ключевого математического понятия – понятия числа, показывается многообразие смыслов этого понятия, обосновывается утверждение, что будущим педагогам в процессе профессиональной подготовки необходимо овладеть основными смыслами понятия числа.

Числа, отношения и операции с ними составляют основное содержание математического образования детей дошкольного возраста и младших школьников, а качество представлений о числе в значительной мере определяет в целом качество математического образования детей. Чтобы это качество было высоким, необходима соответствующая подготовка педагогов. Одним из важнейших аспектов этой подготовки является рассмотрение смыслов понятия числа.

Согласно словарю В. Даля, «смысл – способность понимания, постижение, разум, способность правильно судить, делать заключения» [4, с. 106] В словаре С. Ожегова «смысл – внутреннее содержание, значение чего-нибудь, постигаемое разумом» [6, с. 601]. Глубокое философское толкование смысла дал великий русский философ А.В. Лосев в работе «Миф. Число. Сущность». Вот некоторые из его утверждений о смысле, которые, на наш взгляд, имеют не только философский, когнитивный характер, но и педагогический: «Где нет различий и противопоставлений, там нет и не может быть никакого смысла» [5, с. 478]; «Смысл бытия есть все то, что можно о нем высказать, помыслить, прочувствовать, представить и т. д. и т.д.» [5, с. 484]; «Смысл вещи есть то, чем она отличается от всего прочего» [5, с. 485]; «Смысл есть тождество и различие. Смысл вещи есть то, чем она отличается от всего другого и при помощи чего она отождествляется сама с собой» [5, с. 488]; «... когда заходит речь о смысле этой вещи, то все ее признаки мыслятся сразу и целиком, без всяких перерывов и промежутков. В самое понятие смысла входит эта целостность и эта моментальность, эта бесконечная плотность (так сказать) и прочность объединения всех ее мгновений» [5, с. 498]; «... смысл здесь является не чем-нибудь устойчивым и постоянным, но вечно текущим, неугомонно бурлящим источником, он именно сплошное и вполне алогическое становление» [5, с. 516]; «Очень важно научиться понимать стихию смысла в ее текучести, напряженности, хаотичности, в ее вечном творческом беспорядке, в ее мощи создавать самые условия для оформления» [5, с. 519].

Как видно, понятие смысла тесно связано с пониманием. Смысл – это ответ на один из вопросов триады «Что?», «О чем?», «Как?», ответ на вопрос «О чем?», опирающийся на ответы на два других вопроса. Эта триада вопросов относительно числа выглядит так: «Что такое число?», «О чем (рассказывает, сообщает) число?», «Как выражается, проявляется, оформляется, действует ... число?». Многообразие смыслов числа в живых диалогах с учащимися начальных классов представлены в книге И.Е. Берлянд «Загадки числа» [1].

Отвечая на поставленные выше вопросы, можно выделить несколько пластов смысла числа: личностный, связанный с чувствами, ценностями, личностными установками конкретного человека; обобщенно-прагматический, научный, связанный с некоторыми общими спо-

собами происхождения чисел и их «употреблением»; философско-методологическим, складывающимся из «сплавления» первых двух. Первый пласт смыслов складывается у человека, начиная с раннего возраста спонтанно, в процессе сенсорного познания мира и общения с другими людьми, в процессе овладения и развития речи. Ведь число является не только математическим понятием, но и понятием и словом любого родного языка. В русском языке, как и во многих других языках, есть особая часть речи – «имя числительное», грамматическая форма числа – единственное и множественное число. Вне этого языкового контекста, вне смыслов числа, образующихся в процессе овладения родной речью не могут быть сформированы и полноценные представления о числе как о математическом понятии. В профессиональной подготовке будущих педагогов эта сторона формирования представлений о числе также должна быть раскрыта.

Обобщение и уточнение смыслов числа, получаемых в естественном и специально организованном процессе развития речи, для развития представлений о числе уже как о математическом понятии должно строиться на таком обобщении, представленном в математических теориях числа. Детям, конечно, эти теории недоступны. Но студенты, будущие педагоги дошкольного образования, должны ознакомиться с основными идеями этих теорий, а будущие учителя начальных классов не только с идеями, но и самими теориями, включая определения чисел, отношений между числами, операций с числами, свойств чисел и теоретическими и «предметными» доказательствами этих свойств. Так как основное числовое множество, рассматриваемое в дошкольном и начальном математическом образовании, это множество натуральных чисел, то именно теории натурального числа должны быть положены в основу подготовки будущих педагогов к формированию и развитию числовых представлений у детей.

В математике основных теорий натурального числа, отличающихся смыслами числа, принятыми в качестве основных, четыре. В методической литературе они называются так: теоретико-множественная (или количественная); порядковая; основанная на понятии величины; операторная. Первая и третья теории строятся на определении числа в терминах соответственно теории множеств и теории величин. Вторая и третья теории обычно формулируются как аксиоматические теории, в которых натуральное число является исходным понятием, содержание которого задается системой аксиом – утверждений относительно этого понятия и исходного, «неопределяемого» отношения, в котором, собственно и называется основной смысл понятия числа, на котором и строится вся теория.

Первая теория задает представление о числе (натуральном) как о количестве элементов в дискретном множестве (дискретность – противоположно непрерывности). В качестве основной данная теория берет смысл числа как обозначения количества элементов во всех равно-мощных множествах (на языке математик: множеств, между элементами которых можно установить взаимно однозначное соответствие – соответствие «один к одному»), как форма или способ ответа на вопрос «Сколько («штук») предметов в этой группе?» (Сколько («штук») яблок (стаканов, кругов, точек, людей, городов, мнений и т.д.)?) Смыслы натурального числа, представляемые этой теорией, являются основными. Они более всего представлены в программах и пособиях дошкольного образования, в программах и учебниках по математике для начальной школы.

Вторая теория является аксиоматической, в которой неопределяемым, базовым понятием является понятие «натуральное число», а неопределяемым, базовым отношением между натуральными числами является отношение «непосредственно следовать за». Эта теория представляет натуральное число как элемент упорядоченного бесконечного множества, где каждый элемент, называемый натуральным числом, стоит непосредственно за каким-то единственным числом и перед другим, тоже единственным числом. Кроме того, есть единственное число, которое ни за каким числом не стоит. Это число принято называть единицей. Единица открывает ряд – упорядоченное множество. Все свойства натуральных чисел, отношения между ними, арифметические действия затем определяются и выводятся логически именно из свойств отношения «непосредственно следовать за». Так, число 7 больше числа 5 согласно определению отношения больше в этой теории потому, что 7 стоит в натуральном ряду дальше от начала ряда, чем число 5. Наиболее известна эта теория в формулировках французского математика Дж. Пеано (1858 – 1932). Смыслы, задаваемые этой теорией, также задаются программами и пособиями дошкольного и начального математического образования, даже если педагог этого не осознает. Ведь обучение «счету» – называнию последовательности слов

«один», «два», «три», «четыре» и т.д. как раз и задает каждое число только как некоторый объект ряда. Умение «называть числа по порядку» предшествует счету предметов и обучению умению с помощью счета отвечать на вопрос «Сколько ... (игрушек, книг, тарелок и т. п.)?».

Третья теория исходит из понятия величины. Число в ней появляется как обозначение одинакового, равного «количества» величины – длины, площади, объема, массы и т.п. во многих объектах. Равенство этого «количества» устанавливается физическими реальными или мысленными действиями с обладателями одной и той же величины – свойства, а для получения одинакового обозначения проводится процедура измерения (из-мер-ени-е – процесс «составления» обоим обладателям равных «количеств» измеряемой величины из мер (объектов, величине которых мы назначаем значение «единица», «один») и обозначения количества «штук» этих мер, полностью составляющих измеряемый объект. Каждое такое обозначение и есть натуральное число, а множество таких чисел составляют множество натуральных чисел.

В истории российского образования соответствующие этой теории смыслы числа явно были обозначены в учебной книге еще в 1805 г. Именно тогда С.Е. Гурьев, выполняя поручение Екатерины II написать учебник для начала изучения математики, разработал доступные детям определения чисел и действий с ними «на отрезках», т.е. через понятие длины. В конце XIX в. крупный методист того времени, составлявший интереснейшие и незаслуженно забытые учебники для школы, пособия и руководства для учителей. Д.Д. Галанин, разработал систему изучения младшими школьниками чисел и действий с ними на основе понятия величины. [3] О судьбе автора нет материалов даже в обширных фондах Российской государственной библиотеки, где есть его работы, есть материалы съездов учителей математики 1913 и 1914 гг., которые свидетельствуют о его значимой роли в методике обучения математике того времени, есть ссылки на его работы у современных авторов, например, в работе Л.С. Цветковой «Нейропсихология счета, письма и чтения» (2000), в наших работах.

В настоящее время идеи Д.Д. Галанина реализованы в рамках большого психологического эксперимента, проводившегося с начала 60-х годов под руководством академика АН СССР, выдающегося психолога В.В. Давыдова и соответствующих комплектах учебников, которые и сейчас продолжают разрабатываться на заданной В.В. Давыдовым основе.

Четвертая теория характеризует натуральное число через операции с другими такими же натуральными числами. В математике эта теория строится аксиоматически, в частности, она представлена в учебнике математики 1977 г. для студентов педагогических вузов специальности «Педагогика и методика начального обучения», инициатором и основным автором которого был известный ученый-математик и автор многих школьных учебников по математике, в том числе для начальной школы, Н.Я. Виленкин. [2] С позиций этой теории число 5 – это число, которое есть сумма 3 и 2, 1 и 4, 2 и 3, 5 – это число, которое есть разность 9 и 4, 12 и 7, это число есть произведение 1 и 5, это частное 15 и 3 и т. д. Этот смысл представлен в программах и пособиях дошкольного и начального математического образования через вопросы состава числа, в том числе разрядного состава.

Для того чтобы будущие педагоги дошкольного образовательного учреждения или учителя начальных классов были способны помочь детям овладеть огромным богатством культуры человечества, представленной в таком емком и многоплановом понятии как число, в процессе профессиональной подготовки, это богатство должно быть раскрыто и перед ними.

Библиографический список

1. Берлянд И.Е. Загадки числа: пособие для учителя. – М., 1996.
2. Виленкин Н.Я. Математика: учеб. пособие для студентов педвузов. – М., 1977.
3. Галанин Д.Д. Введение в методику арифметики: пособие при прохождении методики в 8-м классе женских и учительских семинарий. – М., 1911.
4. Даль В. Толковый словарь живого великорусского языка. В 4-х тт. Т.4. – М., 2006.
5. Лосев А.Ф. Миф – Число – Сущность / Сост. А.А. Тахо-Годи. – М., 1994.
6. Ожегов С. Словарь русского языка. – М., 1988.