

Подлегаев Александр Викторович

*Аспирант 2-го курса Института физико-математического
и информационно-экономического образования,
Новосибирский государственный педагогический университет,
г. Новосибирск. E-mail: brsuk@mail.ru*

ИЗУЧЕНИЕ ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ НА КОМПЕТЕНТНОСТНОЙ ОСНОВЕ

Статья посвящена проблеме изучения диофантовых уравнений в школьном курсе математики. Обоснована необходимость внедрения компетентного подхода в сферу образования. Даны определения понятий «компетенция» и «компетентность». Разработана модель формирования компетентности, способствующая решению проблемы повышения компетентности учащихся по математике, а также их личностному развитию – формированию современных знаний, умению применять эти знания для решения задач, стремлению к самостоятельности, ответственности, творческой деятельности.

Ключевые слова: диофантовы уравнения, компетенция, компетентность, внедрение компетентного подхода, школьная система образования.

Podlegaev Aleksandr Viktorovich

*Post-graduate student 2 courses of Institute of physics, mathematics and information
and economic education, Novosibirsk State Pedagogical University,
Novosibirsk. E-mail: brsuk@mail.ru*

TEACHING DIOPHANTINE EQUATIONS BASED ON THE COMPETENCE APPROACH

The work is devoted to teaching Diophantine equations in the secondary school Mathematics classroom based on the competence approach. The relevance of the problem is justified. The significance of introducing competence-based approach to the sphere of education is substantiated. The author provides the definitions of competence and competency and introduces the model of developing competence within the topic which contributes to increasing students' competence in mathematics, as well as their personal development – obtaining modern knowledge, problem-solving skills, motivation for independence, responsibility, and creative activities.

Key words: diophantine equations, competence, introduction of competence approach, school education system.

Школьное образование в современных условиях призвано обеспечить функциональную грамотность и социальную адаптацию обучающихся на основе познания, профессионально-трудового выбора, личностного развития, ценностных ориентаций и смыслотворчества. Это предопределяет направлен-

ность обучения математике на формирование компетентной личности, способной к жизнедеятельности и самоопределению в информационном обществе, ясно представляющей свои возможности и способы реализации выбранного жизненного пути.

Развитие общества, современной науки, высоких технологий, введение в учебный процесс новых предметов обучения требуют от педагогов нового подхода к достижению поставленных целей в обучении учащихся. Вместе с тем в современном образовании существует ряд проблем. Одна из них заключается в том, что успех в школе не всегда означает успех в жизни, очень часто наблюдается противоположная ситуация. Один из предлагаемых путей решения данной проблемы – компетентностный подход [5; 7; 10].

Компетентностный подход в образовании сегодня – это ответ на вопросы, как получить современные знания, как решать практические задачи в условиях реального мира, как стать успешным, как строить собственную линию жизни?

Одним из основных изменений в обществе, влияющих на ситуацию в образовательной сфере, является ускорение темпов его развития. На рынке труда современного социума конкурентоспособность специалиста во многом зависит от его способности приобретать и развивать умения и навыки, которые могут использоваться в ряде жизненных ситуаций. Учеников необходимо готовить к реальной жизни, к переменам. Эти особенности современного образования меняют и цели образования: у учащихся следует развивать мобильность, конструктивность, навыки инновационной деятельности, умение учиться и продолжать обучение – этому и способствует система образования, построенная на компетентностной основе.

Формированию и развитию таких (и не только) навыков и качеств способствует работа с задачами, при решении которых используются свойства целых чисел – задачи о взвешивании, разбиении числа, размене, диофантовы уравнения. Работа с задачами подобного рода актуальна, потому что из года в год одни из самых сложных заданий Единого го-

сударственного экзамена по математике связаны с целыми числами. Кроме этого, они являются частыми гостями различных олимпиад, в том числе и дающих льготы при поступлении в вузы.

Среди целочисленных задач особую значимость имеют задачи с уравнениями, решаемыми в целых числах – один из наиболее интересных разделов теории чисел. Решение в целых числах алгебраических уравнений с двумя и более неизвестными представляет собой тяжелую задачу. Большой вклад в ее решение внесли такие математики, как Диофант, П. Ферма, Л. Эйлер, Ж.Л. Лагранж [11]. Проблема решения уравнений в целых числах до конца изучена только для уравнений не выше второй степени с двумя неизвестными.

В 1970 г. ленинградский математик Ю. В. Матиясевич доказал, что не существует единого алгоритма, позволяющего за конечное число шагов решать в целых числах произвольные диофантовы уравнения (цит. по: [1]). Поэтому для каждого уравнения необходимо выбирать собственный метод решения из более чем 10 методов, в основе которых лежат определения и свойства делимости чисел, – простор для формирования навыков творческой, исследовательской деятельности.

Теория решения подобных уравнений является классическим разделом элементарной математики. В ней не приходится писать сложные и громоздкие формулы, но следует проводить аккуратные рассуждения, базирующиеся на определенных понятиях теории чисел и связанные в стройную логическую конструкцию. Работа с диофантовыми уравнениями повышает уровень математической подготовки, способствует развитию интереса к предмету, формированию стиля мышления (критичность и т. д.), необходимого человеку для дальнейшей практической деятельности. Однако большинство учителей не владеют

методикой решения задач по данной теме – их никто не учил. Более того, нет учебников, по которым можно было бы подготовиться и учителям, и учащимся.

Способы решения диофантовых уравнений можно найти, к примеру, в брошюре Г. И. Фалина [9], но данная работа, во-первых, предназначена для абитуриентов и учителей, во-вторых, основана не на компетентностном подходе. Учебное пособие В. А. Далингера «Задачи в целых числах» [2] также составлено не на компетентностной основе и предназначено для организации курсов в помощь классам математического профиля.

Компетентностный подход в своих работах использует А. Ж. Жафяров, но тему диофантовых уравнений автор рассматривает в рамках повышения компетентности по теории делимости целых чисел [4]. Сама же работа предназначена только для учителей, студентов и одаренных в области математики детей.

Решение большинства подобных задач не содержит теоретического материала, выходящего за рамки программы курса математики основной школы. Но этот материал дается, во-первых, дискретно (разбросан по классам), во-вторых, быстро, в-третьих, на невысоком уровне. К примеру, тему о делимости целых чисел, которая является ключом к решению многих диофантовых уравнений, изучают в 5–6-х классах на невысоком «детском» уровне. В итоге через пару лет большая часть учащихся забывает то, чему их учили. Встретить же в учебнике понятие «диофантово уравнение» – большая редкость, что уж говорить о методике их решения.

Что же мы имеем в итоге? За абитуриентов ЕГЭ сдают студенты физтеха, городские учащиеся сдают экзамен в деревнях, порою хитрят и учителя. Причина ясна – не созданы нормальные условия для решения задач подобного рода, никто этому не обучен и, кроме того, нет

соответствующих учебников.

Как выйти из данной ситуации? Необходимо взяться за науку, так как нет ничего практичнее «хорошо разработанной теории» [4]: разработать УМП, повысить компетентность учителей математики (как действующих, так и будущих), пересмотреть учебные планы и программы, чтобы научить учащихся решать такие (и не только) типы задач.

Таким образом, имеет место быть **проблема**: ученику для успешного участия в олимпиадах, решения инженерных задач и сдачи экзаменов, развития индивидуальности необходимо знать теорию и методику решения уравнений в целых числах. Но условия формирования у учащихся компетентности по решению диофантовых уравнений не созданы.

Предлагается следующий **выход из проблемной ситуации** – разработка научно-методической системы на компетентностной основе по решению диофантовых уравнений, способствующей получению учащимися современных знаний по данной теме, навыков их применения для решения задач, навыков творческой и исследовательской деятельности.

Для этого воспользуемся алгоритмом внедрения компетентностного подхода в систему образования, предлагаемого А. Ж. Жафяровым [3]:

1) по каждой теме школьного курса математики выделяем только базисные понятия;

2) на основе одного или нескольких базисных понятий создаем базисные компетенции темы;

3) изучение темы начинаем с изучения базисных компетенций, предусматривая при этом реализацию концепции автора «учить и мыслям, и мыслить!».

Мы будем придерживаться следующих определений понятий «компетенция» и «компетентность»:

– компетенция в данной области дея-

тельности человечества – это всего лишь название вида деятельности. Ее сущностью является то, что человечество должно быть готово решать конкретные проблемы данной области деятельности;

– компетентностью индивидуума в данной области деятельности человечества назовем владение им соответствующими компетенциями.

Выбор базисных компетенций. Для того чтобы решать линейные диофантовы уравнения первой степени, необходимо уметь решать линейные уравнения и неравенства, а также их системы. Этот факт следует обязательно учитывать, поэтому в качестве базисных компетенций берем:

БК-1 – Линейная функция;

БК-2 – Линейное уравнение. Равносильность;

БК-3 – Линейное неравенство. Равносильность;

БК-4 – Система линейных уравнений. Равносильность;

БК-5 – Система линейных неравенств. Равносильность;

БК-6 – Смешанная система линейных уравнений и неравенств. Равносильность;

БК-7 – Диофантово уравнение и его свойства.

Заметим, что структура базисных компетенций с номерами 2–6 состоит из двух базисных понятий, одним из которых является равносильность двух математических объектов. Это объясняется тем, что без учета равносильности объектов о математике как науке не может быть и речи [6].

Каждая базисная компетенция – это то, что должен уметь делать обучающийся после изучения базисных понятий этой компетенции. Дадим формулировку БК-1 (БК-2, ..., БК-7 – аналогично). Обучающийся должен:

– знать определения линейной функции, нуля этой функции, свойства, построить ее график на плоскости;

– уметь применять знания для реше-

ния стандартных и нестандартных задач;

– владеть в целом знаниями и умениями по БК-1, в том числе сформулировать проблему и находить решение;

– быть ответственным, самостоятельным, готовым к творческой и исследовательской деятельности;

– непрерывно совершенствовать свои знания и умения, владение всем изученным материалом и исследовательской деятельностью в процессе изучения последующих тем данной и смежных дисциплин.

Перечисленное выше реализуется за счет:

– критического анализа современной теории, поясняющих примеров, широкого класса типовых задач с решениями. Реализуется первый этап – «учим мыслям»;

– применения новых знаний для решения специально подобранных задач для самостоятельной работы и выполнения творческих заданий. Реализуется второй этап – «учим мыслить».

Перейдем к модели формирования базисной компетентности (рис.).

Вывод. Изучение диофантовых уравнений на компетентностной основе в школьном курсе математики будет способствовать формированию и развитию математического мышления, пониманию необходимости знания математики, повышению интереса к математической науке и качества математического образования, личностному развитию. Работа с диофантовыми уравнениями охватывает теоретический материал с 5-го класса – устраняются пробелы в знаниях. Учащиеся могут углубиться в изучение диофантовых уравнений, к примеру, готовясь к выступлению на научно-практических конференциях. Это соответствует концепции развития математического образования в Российской Федерации [8] и, значит, по праву имеет место быть.



Рис. Формирование компетентности по компетенциям профессии учителя и базисным компетенциям темы «Диофантовы уравнения первой степени»

Список литературы

1. Бокарев Н. Л., Буякова Е. В. Диофантовы уравнения второй степени от трех переменных // Научно-методический электронный журнал Концепт. – 2017. – Т. 2. – С. 530–533.
2. Далингер В. А. Задачи в целых числах. – М.: Илекса, 2014. – 112 с.
3. Жафяров А. Ж. Изучение темы «Логарифмические и показательные функции и их приложения» на основе компетентного подхода // Вестник педагогических инноваций. – 2018. – № 1(49). – С. 99–109.
4. Жафяров А. Ж. Методология и технология повышения компетентности учителей, студентов и учащихся по теме «Делимость целых чисел»: монография. – Новосибирск: Изд. НГПУ, 2012. – 218 с.

5. *Жафяров А. Ж., Никитина Е. С., Федотова М. Е.* Формирование базисных компетенций и компетентностей по теме «Функция переменных высоких степеней и ее приложения»: монография. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2015. – 140 с.

6. *Подлегаев А. В., Жафяров А. Ж.* Изучение диофантовых уравнений первой степени на основе компетентностного подхода: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2016. – 72 с.

7. *Строкова Т. А.* Компетентностный подход и проблемы его реализации // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Акмеология образования. Психология развития. – 2010. – № 3(11). – С. 82–88.

8. *Современные образовательные технологии в подготовке учителей математики, физики, информатики и экономики на основе традиций и инноваций* [Электронный ресурс]: монография / Е. В. Андриенко, Т. Н. Добрынина, А. Н. Дахин и др.; под науч. ред. Е. В. Андриенко, Т. Н. Добрыниной. – URL: <https://lib.nspu.ru/views/library/70501/read.php>. (дата обращения: 23.03.2018).

9. *Фалин Г. И., Фалин А. И.* Линейные диофантовы уравнения. – М.: Чистые пруды, 2008. – 32 с.

10. *Федоров А. Э., Метелев С. Е., Соловьев А. А., Шлякова Е. В.* Компетентностный подход в образовательном процессе: монография. – Омск: Омскбланкиздат, 2012. – 210 с.

11. *Шатилова А. В., Шатилов Д. С.* Элективный курс «Сказки Шехерезады и уравнения Диофанта»: учеб.-метод. пособие для студентов мат. и физ.-мат. спец. пед. высш. учеб. заведений. – Балашов: Николаев, 2009. – 56 с.